



ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET INGENIERIE
De l'université de Cergy-Pontoise

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de docteur de l'université de Cergy-Pontoise
Spécialité : Traitement des Images et du Signal

ALLOCATION ET OPTIMISATION DE RESSOURCES POUR LA TRANSMISSION DE DONNÉES MULTIMÉDIA

par
Charly Poulliat

Laboratoire des Equipes de Traitement des Images et du Signal - UMR 8051

14 Octobre 2004

Devant le jury composé de :

M. J. BOUTROS,	Invité
M. D. DECLERCQ,	Co-encadrant
M. P. DUHAMEL,	Président
MME I. FIJALKOW,	Directrice de Thèse
M. M. FOSSORIER,	Rapporteur
MME C. LAMY-BERGOT,	Examinatrice
M. L. VANDENDORPE,	Rapporteur

Remerciements

Tout d'abord, je souhaiterais remercier mon jury de thèse: Pierre Duhamel pour avoir accepté de présider ce jury, Marc Fossorier et Luc Vandendorpe pour leur lecture attentive du rapport et leurs remarques constructives. Merci aussi à Joseph Boutros pour sa présence et son sens critique.

Un hommage aux personnes qui m'ont suivi lors de ces trois années, sans qui tout ceci n'aurait pas été possible: l'ensemble des travaux réalisés doivent beaucoup à leur enthousiasme, leur passion et leur rigueur. Merci donc à Inbar pour son soutien inconditionnel et ses conseils avisés, à David pour son enthousiasme lors de nos discussions de travail et qui a tenté de m'inculquer la rigueur nécessaire à l'achèvement de ce travail (on y arrive doucement...). Un très grand merci à Catherine pour son amitié, son ouverture, son sens critique et sa bonne humeur quotidienne.

Tout ceci n'aurait évidemment pu être possible sans Christelle, ma femme, qui m'a apporté soutien et réconfort dans les moments de doute et sans qui toutes ces années auraient été bien fades. Je lui dédie ce document. Merci à mes parents pour leur soutien durant toutes mes années d'études: je ne saurais être qu'infiniment reconnaissant quant aux sacrifices qu'ils ont consentis.

Merci enfin à Joséphine, Adrien, Alexandre, Arnaud, Jean-Christophe pour leur amitié et leur bonne humeur qui ont égayé ma vie au laboratoire. Merci à François pour nos discussions inter-bureaux... Enfin merci à ceux que je n'ai pu citer mais qui ont toutes mes amitiés et mes remerciements.

Table des matières

Introduction générale	17
1 Etude et modélisation des performances d'un système DS-CDMA	25
1.1 Système de communication DS-CDMA	26
1.1.1 Présentation générale	26
1.1.2 Modèle du signal à l'émission	27
1.1.3 Signal à l'entrée du récepteur	27
1.2 Modélisation et performances en sortie de récepteur	29
1.2.1 Modélisation des interférences	29
1.2.2 Approximation gaussienne : rapport signal sur bruit équivalent . . .	30
1.2.3 Extensions possible du modèle	30
1.3 Performances et modélisation en sortie de décodage canal	30
1.3.1 Analyse de performances asymptotiques : mesures classiques	31
1.3.2 Une mesure de performance alternative	32
1.4 Conclusion	34
2 Optimisation de ressources dans un système DS-CDMA	35
2.1 Problématique	36
2.1.1 Présentation de l'adaptation de lien	36
2.1.2 Différents types d'approches pour l'allocation des ressources d'un système DS-CDMA	37
2.1.3 Alternative proposée : Maximisation du minimum des rendements .	39
2.2 Maximisation du minimum des rendements : cas continu	39
2.2.1 Modèle du lien physique	39
2.2.2 Fonction de coût et contraintes	39
2.2.3 Résolution	41
2.2.4 Adaptation de lien résultante	41
2.2.5 Interprétation et discussion	42
2.2.6 Extension au cas borné	42
2.3 Analyse de performances	43
2.3.1 Cas continu : Performances analytiques et simulations	43
2.3.2 Cas saturé et discret : Influence de la quantification de la solution continue	48
2.4 Conclusions et perspectives	52

3	Des codes LDPC pour les systèmes de communications multimédia	55
3.1	De la paramétrisation à l'optimisation des codes LDPC : une introduction	57
3.1.1	Définitions, paramétrisation et notations usuelles	57
3.1.2	Décodage des codes LDPC par propagation de croyances	61
3.1.3	Evolution de densité et approximation gaussienne	63
3.1.4	Optimisation de codes LDPC sur canaux standards et non standards	69
3.2	Des codes LDPC pour protection inégale contre les erreurs	73
3.2.1	Problématique	73
3.2.2	De l'irrégularité dans un système de codage	75
3.3	Des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint	79
3.3.1	Problématique	79
3.3.2	Différents types de systèmes itératifs	80
3.4	Conclusion	83
4	Optimisation des codes LDPC pour la protection inégale contre les er- reurs	85
4.1	Paramétrisation et étude asymptotique des codes LDPC pour l'UEP	86
4.1.1	Contexte	86
4.1.2	Définitions et notations générales	87
4.1.3	Paramétrisation des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs	89
4.1.4	Equations d'évolution pour la protection inégale contre les erreurs	90
4.2	Optimisation du profil d'irrégularité	91
4.2.1	Définition d'une fonction de coût pour l'UEP	91
4.2.2	Algorithme hiérarchique d'optimisation	95
4.3	Résultats	97
4.3.1	Résultats d'optimisation	97
4.3.2	Performances	101
4.4	Application à la transmission d'images fixes	103
4.4.1	Problématique	103
4.4.2	Résultats	105
4.5	Conclusion et perspectives	107
5	Optimisation des codes LDPC pour décodage source-canal conjoint	109
5.1	Problématique	110
5.2	Décodage de source souple	110
5.2.1	Un exemple d'algorithme de décodage souple pour VLC	111
5.2.2	Etude du comportement asymptotique à l'aide des EXIT charts	112
5.3	Optimisation des codes LDPC irréguliers pour le décodage source-canal conjoint	114
5.3.1	Modélisation asymptotique du récepteur	114
5.3.2	Algorithme d'optimisation pour le décodage source canal conjoint	120
5.3.3	Résultats de simulations	123
5.4	Conclusion et Perspectives	123

Conclusions et perspectives	125
A Des codes convolutifs	129
A.1 Définitions	129
A.1.1 Représentation par un registre	129
A.1.2 Représentation par un treillis	130
A.1.3 Diagramme d'état, matrice de transition et fonction de transfert . .	130
A.1.4 Burst d'erreurs et temps de garde	132
A.2 Performances asymptotiques des codes convolutifs	133
A.2.1 Probabilité d'erreur au noeud j	133
A.2.2 Probabilité d'erreur binaire	134
A.2.3 Distribution des <i>Bursts</i> et <i>temps de garde</i>	134
B Adaptation de lien : preuves détaillées	139
B.1 Proposition 1	139
B.2 Débit moyen d'information pour le cas continu	140
B.3 Borne inférieure pour le cas continu	141
Bibliographie	143

TABLE DES MATIÈRES

Liste des tableaux

4-1	Distributions des degrés pour un code de rendement $R = 1/2$ optimisé sur canal BABG avec $\alpha = (0.3, 0.7)$. Les degrés les plus hauts sont associés avec les données les plus sensibles.	98
4-2	Distributions des degrés pour un code de rendement $R = 1/2$ optimisé sur canal UEP-BABG avec $\epsilon = 0.05$ dB et $\alpha = (0.3, 0.7)$. $R = 1/2$	99
4-3	Distributions des degrés pour un code de rendement $R = 1/2$ optimisé sur canal UEP-BABG avec $\epsilon = 0.5$ dB et $\alpha = (0.3, 0.7)$. $R = 1/2$	99
5-1	Source considérée et code VLC associé	111

LISTE DES TABLEAUX

Table des figures

1	Schéma de transmission traditionnel.	18
1-1	Chaîne de communication	26
1-2	TEBC pour un canal gaussien pour différentes longueurs de paquet K . (B) Approximations pour forts rapports signaux à bruit, (S) Simulations.	34
2-1	Rendement moyen \bar{r} en fonction de la puissance inverse de bruit $1/N_0$: résultats de simulation pour $N_u=5,10,15,20,25$	45
2-2	Rendement moyen \bar{r} en fonction de la puissance inverse de bruit $1/N_0$ dans le cas continu: (BS) Borne supérieure asymptotique, (S) Simulation, (EA) Expression Analytique,(BI) Borne inférieure. $N_u=5,10$	46
2-3	Rendement total moyen en fonction de $1/N_0$ dans le cas continu: (MRT) Maximisation du rendement total, (MRM) Maximisation du rendement minimum. $N_u = 5, 15$	47
2-4	Nombre moyen d'utilisateurs par trame en fonction de $1/N_0$ dans le cas continu: (MRT) Maximisation du rendement total, (MRM) Maximisation du rendement minimum. $N_u = 5, 15$	47
2-5	Rendement moyen \bar{r} en fonction de $1/N_0$ dans le cas saturé (Sat) et quantifié (Q): (EA) Expressions analytiques, (S) Simulations. $N_u=5,10$	51
2-6	Rendement moyen \bar{r} en fonction de $1/N_0$: comparaison des résultats de simulations entre les cas continu (C), saturé (Sat) et quantifié (Q). $N_u=5,10$	52
3-1	Ensemble des codes LDPC	58
3-2	Représentation d'un code régulier de paramètres $(N, t_c, t_r) = (8, 2, 4)$. Le premier graphe représente un code particulier (une réalisation de l'entrelaceur) issu de la famille $(N = 8, t_c = 2, t_r = 4)$ représentée par le second graphe.	59
3-3	Représentation d'une famille de code irréguliers	60
3-4	Une structure possible pour la matrice de parité d'un code systématique.	61
3-5	Mise à jour des noeuds de donnée	62
3-6	Mise à jour des noeuds de parité	63
3-7	Une illustration de l'évolution du seuil de convergence en fonction de $\bar{\rho}$ pour une valeur de $t_{c\max}$ donnée.	71
4-1	Schéma de transmission UEP considéré.	87
4-2	Ensemble de recherche de bons codes LDPC	94

4.3	Degré minimum pour la classe 1 en fonction de ϵ pour différents couples $(\alpha, 1 - \alpha)$. Comme attendu, le degré minimum croît avec la valeur de ϵ . L'augmentation est plus importante quand la proportion de bits associés à la classe 1 est petite (phénomène de concentration accentué).	98
4.4	Gains asymptotiques E_b/N_0 pour les classes d'information C_1 et C_2 . Le gain E_b/N_0 est déterminé pour une probabilité d'erreur TEB= 10^{-5} après 7 itérations de décodage. La classe C_1 est en trait plein et C_2 en trait pointillé	100
4.5	Taux d'erreur bit pour les deux classes d'information en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. $N = 4096$. C_1 est en trait plein et C_2 en trait pointillé.	102
4.6	Taux d'erreur bit pour les deux classes d'information en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. $N = 30000$. C_1 est en trait plein et C_2 en trait pointillé.	102
4.7	TEB pour les différentes classes en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage.	103
4.8	Transmission d'image progressive : schéma de principe	104
4.9	Allocation de l'information pour un schéma de transmission EEP et UEP .	105
4.10	Probabilité d'échec du décodeur en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. EEP désigne le schéma de protection uniforme, (UEP)-UEP opt et (UEP)-BABG opt désignent respectivement les schémas de protection inégale utilisant un code optimisé UEP-BABG et un code optimisé BABG.	106
4.11	PSNR moyen en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. EEP désigne le schéma de protection uniforme, (UEP)-UEP opt et (UEP)-BABG opt désignent respectivement les schémas de protection inégale utilisant un code optimisé UEP-BABG et un code optimisé BABG.	107
5.1	Schéma bloc pour le décodage source-canal conjoint impliquant un décodeur LDPC	110
5.2	Graphe factoriel pour le décodage source-canal conjoint impliquant un décodeur LDPC	111
5.3	Treillis bit pour le code $\mathcal{C} = (00, 11, 010, 101, 0110)$	112
5.4	EXIT chart pour le code $\mathcal{C} = (00, 11, 010, 101, 0110)$. I_{out} en fonction de I_{in}	114
5.5	Graphe factoriel pour le décodage source-canal conjoint impliquant un décodeur LDPC et un décodeur souple de code de types Huffman	115
5.6	Messages transitant dans les différents noeuds de données. A gauche, on représente les messages transitant par les noeuds associés aux bits d'information, et à droite ceux transitant par les noeuds associés aux bits de redondance	115
5.7	Evolution du seuil de convergence en fonction de $\bar{\rho}$ (ρ_m sur la figure) pour $t_{c\max} = 30$. La valeur optimale du seuil de convergence est obtenue pour $\bar{\rho} = 7.91$	122
5.8	TEB en fonction du rapport signal sur bruit E_b/N_0 . $R = 1/2$, $N = 30000$ et $t_{c\max} = 30$. Comme nous pouvons le constater, le code optimisé pour le décodage source-canal conjoint a de meilleures performances que le code optimisé pour le canal BABG.	124

A.1	Représentation logique sous forme de registre du code (7,5)	129
A.2	Treillis du code (7,5)	130
A.3	Diagramme d'état du code (5,7)	131
A.4	Distribution des bursts pour le codeur (7,5) et $E_b/N_0=4\text{dB}$	135
A.5	Distribution des bursts pour le codeur (7,5) et $E_b/N_0=3\text{dB}$	135
A.6	Distribution des bursts pour le codeur (7,5) et $E_b/N_0=2\text{dB}$	136
A.7	Distribution des bursts pour le codeur (23,35) et $E_b/N_0=4\text{dB}$	136
A.8	Distance de kullback des distributions théoriques des longueurs de burst aux distributions simulées en fonction du rapport signal sur bruit	137
A.9	Distance de kullback des distributions théoriques des longueurs de burst aux distributions simulées en fonction du rapport signal sur bruit : zoom	137

TABLE DES FIGURES

Abréviations

AMRC	Accès Multiple par Répartition par Code
BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
BP	Belief Propagation
bpp	bit par pixel
BPSK	Binary Phase Shift Keying
DS-CDMA	Direct Sequence - Code Division Multiple Access
EEP	Equal Error Protection
EXIT	EXtrinsic Information Transfert
IGA	Improved Gaussian Approximation
IRA	Irregular Repeat-Accumulate
JPEG	Joint Photography Expert Group
LDPC	Low-Density Parity-Check
MAP	Maximum A Posteriori
MRM	Maximisation du Rendement Minimum
MRT	Maximisation du Rendement Total
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MV	Maximum de Vraisemblance
PSNR	Peak Signal to Noise ratio
QoS	Qualité de Service
RSB	Rapport Signal sur Bruit
SEIGA	Simplified Expression of Improved Gaussian Approximation
SGA	Standard Gaussian Approximation
SISO	Soft Input Soft Output
TEB	Taux d'Erreur Bit
TEBC	Taux d'Erreur Bit Conditionné
TEP	Taux d'Erreur Paquet
UEP	Unequal Error Protection
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System
VLC	Variable Length Codes
WLAN	Wireless Local Area Network

ABRÉVIATIONS

Introduction générale

Contexte

Les transmissions numériques à haut débit (UMTS, 4G, WLAN) [88] et leurs applications présentent un enjeu important de nos jours. Ces systèmes de communications permettent d'accroître de manière significative le nombre d'utilisateurs, les débits de transmission, tout en maintenant de bonnes performances. Le haut débit allié aux bonnes performances de ces systèmes rendent alors possible la transmission de données multimédia, de type images fixes ou vidéo [64]. Le fait que ces données nécessitent à la fois des débits suffisants et de bonnes performances du système en réception et que le système possède des ressources limitées souligne le besoin d'une bonne allocation des ressources du système afin de satisfaire au mieux les performances escomptées. Dans cette thèse, nous nous intéressons à la conception et au paramétrage des éléments de la couche physique (L_1) en tenant compte de contraintes provenant de l'application. Afin de décrire les aspects sur lesquels nous allons intervenir, nous présentons tout d'abord le système considéré, en notant tout de suite que le train binaire multimédia comprend éventuellement les données source et la surcouche réseau filaire.

La figure 1 donne le schéma global de transmission dans lequel nous nous plaçons. Attachons-nous à décrire les différents éléments de cette chaîne et tentons d'identifier certains paramètres ou certaines propriétés de ces blocs utiles pour notre problème d'allocation de données. Nous commençons par les caractéristiques des blocs à l'émission :

- *Codage source* : on effectue dans ce bloc la compression et la mise en forme des données source. Lors de cette étape, un des paramètres utiles est le débit de la source. Une des particularités de ce bloc est que certaines parties de la source sont plus sensibles aux erreurs que d'autres.
- *Codage canal* : le codeur de canal rajoute une redondance structurée afin de rendre les données robustes aux erreurs introduites par le canal. Le ratio entre le nombre de données d'information transmises et le nombre de données totales transmises définit le rendement de codage du code, R , qui est un paramètre du système. Notons que l'on peut coder de manière uniforme la source ou de manière hétérogène afin de prendre en compte la topologie de la source (techniques de protection inégale de la source).
- *Modulation* : ici on gère l'ordre et le type de la modulation utilisée (Modulation de phase ou d'amplitude à plusieurs états), la puissance transmise des symboles, ou encore l'étalement quand on est en présence d'un système à accès multiple par étalement de code.

- *le canal physique* : c'est ici que sont introduites les perturbations. Ces perturbations incluent le bruit ambiant en réception (généralement modélisé par un bruit additif gaussien), les interférences entre symboles dues aux trajets multiples et les interférences entre utilisateurs pouvant intervenir dans un système multiutilisateurs.

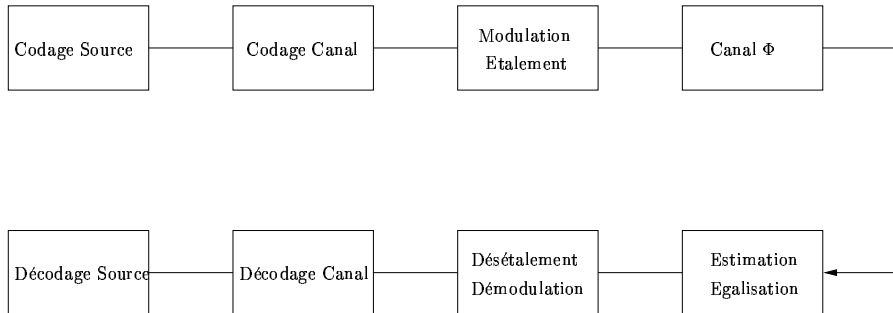


Fig. 1 – Schéma de transmission traditionnel.

Le récepteur est composé des blocs duaux des blocs d'émission. Le récepteur conventionnel est alors composé des blocs suivants :

- *Estimation et Egalisation* : Cet étage de réception permet d'estimer le canal de transmission (trajets multiples). L'égalisation a alors pour but de compenser les interférences introduites par le canal de transmission.
- *Démodulation/Désétalement* : Cette opération est l'opération inverse de la modulation qui permet le passage entre les symboles reçus vers le train binaire reçu et de séparer les utilisateurs pour un système d'accès multiple.
- *Décodage canal* : Le décodeur canal a pour but de corriger les erreurs subsistantes dans le train binaire.
- *Décodage source* : Le décodeur source permet alors l'interprétation des données compressées et la reconstruction du média émis.

En réception, les blocs considérés sont généralement conçus comme disjoints. Cependant, il est possible d'améliorer les performances en considérant des blocs à sorties souples, mais la solution est toujours sous-optimale si elle reste disjointe. La solution optimale est alors une solution conjointe de détection, démodulation et décodage des données (voir par exemple [168] pour l'accès multiple), qui reste cependant trop complexe à mettre en oeuvre. Une approche sous-optimale donnant un bon compromis entre complexité et performances consiste en la communication itérative d'informations souples entre deux blocs de réception. Ce type de récepteurs, appelés *turbo-récepteurs*, fut introduit par [12] pour le décodage itératif de codes convolutifs parallèles. Le récepteur est alors composé de deux blocs du récepteur conventionnel à entrées et sorties souples qui échangent entre eux une information souple dite *extrinsèque* (indépendante de l'information fournie par l'autre bloc) de manière itérative. Ainsi de nombreux turbo-récepteurs furent développés et proposés comme par exemple les turbo-codes [11], la turbo-égalisation [31] ou les systèmes de décodage source-canal conjoints [8].

Pour répondre aux exigences de performances et de débit des transmissions multimédia, il faut alors optimiser la répartition des ressources sur les différents blocs de l'émetteur ce

qui permet de garantir les meilleures performances possibles à la réception. Le problème conjoint étant trop complexe, il faut donc réaliser une optimisation fractionnée et/ou partielle. En particulier, l'adaptation et l'optimisation peuvent se réaliser entre deux blocs successifs de la chaîne. Ainsi nous nous proposons d'intervenir sur trois points de la chaîne de transmission. Nos trois points d'études sont :

- (i) l'allocation de ressources (codeur canal+ modulateur) à l'émetteur afin de garantir une Qualité de Service (QoS) donnée en réception. Nous nous intéresserons en particulier à l'allocation des ressources pour un système DS-CDMA.
- (ii) l'optimisation du codeur canal pour la protection inégale contre erreurs qui, par adaptation du codage canal à la structure de la source émise, permet de minimiser l'impact des erreurs de transmission sur la reconstruction du média.
- (iii) l'optimisation de la structure du code canal pour avoir un système de décodage conjoint source-canal le plus performant possible.

Comme les problèmes abordés sont très vastes, nous nous sommes restreints pour les points (ii) et (iii) à considérer des codes LDPC que nous avons choisis pour leur flexibilité de conception et leur performances.

Démarche - Outils

La démarche adoptée est similaire pour tous les points d'étude. Nous commençons par une analyse et une caractérisation analytique ou semi-analytique du système considéré, permettant de lier les performances du système aux paramètres variables du système et aux caractéristiques du canal. Par cette analyse, nous déterminons les paramètres importants et après s'être définis une fonction de coût pertinente pour le système considéré, nous proposons une méthode d'optimisation des ressources du système.

Ainsi pour nos trois points d'études la démarche sera la suivante :

- (i) Dans le cadre de l'optimisation des ressources dans un système DS-CDMA, la modélisation du rapport signal à bruit équivalent en sortie de récepteur, permet de lier paramètres à l'émission et performances en réception. Se fixant une fonction de coût dépendante des objectifs système, on peut dès lors optimiser les ressources du système garantissant une performance cible en réception.
- (ii) Dans le cadre de l'optimisation du codage canal pour la protection inégale contre erreurs à l'aide de codes LDPC, l'analyse des propriétés de protection inégale des codes LDPC et leur paramétrisation permet d'explicitier la probabilité d'erreur bit associée à une classe de sensibilité du mot de code. Avec pour fondement l'étude de cette expression, nous proposons alors une méthode d'optimisation de la structure des codes.
- (iii) Dans le cadre du décodage source-canal conjoint avec des codes LDPC, c'est la modélisation semi-analytique complète du récepteur à l'aide de l'EXIT chart du code LDPC et celle du décodeur source qui permettra de proposer une méthode d'optimisation de la structure du code LDPC pour cette application.

Contributions de l'auteur

Le premier point d'étude est l'élaboration, dans un cadre multi-utilisateurs, d'une nouvelle stratégie pour adapter l'ensemble des paramètres de l'émetteur aux variations du canal afin de garantir une performance cible à la réception. Ainsi on considère un système d'accès multiple par répartition de code (DS-CDMA) avec un nombre donné N_u d'utilisateurs. La stratégie la plus commune d'adaptation de lien est la maximisation du rendement total sur la cellule sous contrainte de performances à la réception. C'est un point de vue d'optimisation que l'on qualifiera de "réseau", puisqu'il ne s'intéresse pas au rendements d'un utilisateur particulier. Un des problèmes de ce type d'approches est que les utilisateurs peuvent être privés de transmission. Ceci a motivé l'alternative proposée dans ce document qui est basée sur une optimisation basée "utilisateurs": nous proposons de maximiser le rendement minimum sous contraintes de performances en réception. Nous aboutissons finalement à une stratégie qui adapte les puissances des utilisateurs à l'émission sur l'utilisateur le plus faible. Ce point a donné lieu à une publication en revue [A₁], deux conférences internationales ([C₂],[C₂]) et une conférence nationale [CN₁].

Le deuxième point d'étude concerne l'optimisation du codage canal à la structure de la source. Dans le cadre particulier d'une protection hiérarchique où l'on connaît la répartition de la source en classes de sensibilité, on cherche à atteindre les meilleures performances possibles pour un rendement de codage R donné. Ainsi, nous proposons une méthode originale d'optimisation de la structure des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs pour des données source organisées par ordre de priorité et nous nous intéressons à son application à la compression d'images fixes. Nous montrerons en particulier qu'il est possible de construire des codes qui convergent localement plus vite sur une partie du mot de code qu'un code optimal pour un canal donné et pour un rendement donné. Ce point a donné lieu à une soumission en revue [S₁] et deux conférences internationales ([C₄],[C₅]).

Enfin, on s'intéresse aux interactions entre le décodeur canal et le décodeur source. Utilisant le principe de décodage source-canal conjoint, nous développerons une caractérisation semi-analytique du turbo récepteur composé d'un décodeur LDPC et d'un décodeur source. Cette description semi-analytique nous permettra d'étudier la convergence du récepteur source canal conjoint et de proposer une méthode une optimisation de la structure des codes LDPC pour un codeur source donné permettant de garantir le meilleur point de fonctionnement donné pour un rendement donné ou, de manière équivalente, de maximiser le rendement de codage pour une point de fonctionnement donné. Les codes optimisés pour le décodage source-canal conjoint sur le canal Gaussien montrent des performances meilleures qu'un code optimisé pour le canal gaussien uniquement. Ce point a donné lieu à une soumission en revue [S₂].

Organisation du document

Le document est organisé de la manière suivante :

Les chapitres 1 et 2 présentent les travaux relatifs à l'adaptation de lien (allocations de ressources sur le lien physique). Le chapitre 1 s'emploie à présenter le modèle équivalent de canal et la modélisation des performances d'un système DS-CDMA qui seront utilisés dans le cadre de l'optimisation des ressources pour l'adaptation de lien. On s'attachera à y présenter les points clés intervenant dans la définition d'une stratégie d'adaptation. Le chapitre 2 s'attache à l'optimisation des ressources dans le cadre DS-CDMA. Après avoir présenté les différentes approches et situé nos travaux, on présentera la stratégie proposée ainsi qu'une étude des performances asymptotiques du systèmes.

Le chapitre 3 donne une présentation générale des codes LDPC, leur paramétrisation et les outils théoriques utiles à leur étude et optimisation. En analysant les tenants et aboutissant de la protection inégale ainsi que ceux du décodage source-canal conjoint, nous montrerons en quoi les codes LDPC sont intéressants dans ces contextes. Ainsi, nous proposerons au chapitre 4 une méthode originale d'optimisation de la structure des codes LDPC pour la protection inégale de données source organisées par ordre de priorité. Puis au chapitre 5, basés sur une modélisation semi-analytique d'un récepteur source-canal conjoint composé d'un décodeur LDPC et d'un décodeur source souple, nous présenterons une méthode d'analyse et d'optimisation de la structure des codes LDPC dans le cadre du décodage source-canal conjoint.

Enfin, le chapitre 5.4 dressera les conclusions de mon travail ainsi que les perspectives de recherche qui en découlent.

Contexte collaboratif de la thèse

Ce travail fut réalisé dans le cadre du projet collaboratif RNRT (Réseau National de Recherche en Télécommunications) V.I.P. (Visiophonie sur IP) supporté par le Ministère de l'Industrie. Ce projet a financé l'ensemble des travaux présentés dans ce document. Ces travaux sont des contributions pour trois sous-projets du projet initial

- ✓ *Sous-Projet 1 : Modèle de canal.* Ce sous-projet consistait en la modélisation des performances en sortie d'un récepteur de type UMTS en sortie de décodage canal.
- ✓ *Sous-Projet 2 : Méthodes de protection compatibles standard.* Ce sous-projet consistait en la mise en oeuvre de techniques de protection canal adaptées à la source qui soient compatibles standard.
- ✓ *Sous-Projet 3 : Méthodes de protection non-compatibles standard.* Ce sous-projet consistait en la mise en oeuvre de techniques de protection canal adaptées à la source non-compatibles standard.

Certains travaux furent conduits en collaboration avec le service de R&D EDS/SPM WaveForm Design Group de THALES Land & Joint system (Colombes, France), en particulier pour les aspects de protection inégale contre les erreurs appliqués à la transmission d'images compressée au format JPEG2000 et les aspects d'optimisation du décodage source-canal conjoints. Cette collaboration permet à l'auteur d'être membre du JPEG2000-Part 11-JPWL (Wireless JPEG2000) ad-hoc group, groupe de normalisation d'outils spécifiques pour la transmission sans fil de données compressées JPEG2000.

Publications de l'auteur liées aux travaux de thèses

REVUES INTERNATIONALES

[A₁] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., Link adaptation for framed multimedia data transmission over a DS-CDMA communication system, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, Special Issue on Cross Layer Design for Communications and Signal Processing Systems, accepté pour publication, Avril 2004.

En soumission

[S₁] Poulliat C., Declercq D., Fijalkow I., Optimization of LDPC codes for UEP channels and application to scalable image transmission, soumis à IEEE Transactions on Communications, juin 2004.

[S₂] Poulliat C., Declercq D., Lamy-Bergot C., Fijalkow I., Analysis and Optimization of irregular LDPC codes for joint source-channel decoding, soumis à IEEE Communications Letters, Août 2004.

CONFERENCES INTERNATIONALES

[C₁] Poulliat C., Vila P., Pirez D., Fijalkow I., Progressive quality JPEG2000 image transmission over noisy channel, Proc. EUSIPCO 2002, Toulouse, France, Septembre 2002.

[C₂] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., A link adaptation strategy for wireless multimedia data packet transmission (VTC), in Proc. IEEE Vehicular Technology Conf. Fall'03, Orlando, Florida, USA, Octobre 2003.

[C₃] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., Average performance analysis of a link adaptation strategy based on the minimum user rate maximization, IEEE Int. Conf. on Communications (ICC), Paris, France, Juin 2004.

[C₄] Poulliat C., Declercq D., Fijalkow I., Optimization of LDPC codes for UEP channels, IEEE Int. Symp. on Information Theory (ISIT), Chicago, Illinois, USA, Juillet 2004.

[C₅] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., Scalable image transmission using UEP optimized LDPC codes, 2nd Int. Symp. on Image/Video Communications over fixed and mobile networks (ISIVC), Brest, France, Juillet 2004.

CONFERENCES NATIONALES

[CN₁] Poulliat C., Fijalkow I., Declercq D., Adaptation de lien pour la transmission de données multimedia par paquets, Proc. GRETSI'03, Paris, France, Septembre 2003.

RAPPORTS DE CONTRATS

[R₁] Rapport d'avancement Sous-Projet 1- T0+6.

[R₂] Rapport d'avancement Sous-Projet 1- T0+12.

[R₂] Rapport final Sous-Projet 1- T0+12.

[R₃] Rapport d'avancement Sous-Projet 2- T0+12.

[R₄] Rapport d'avancement Sous-Projet 2- T0+30.

[R₅] Rapport d'avancement Sous-Projet 3- T0+30.

Publications collaboratives de l'auteur

REVUES INTERNATIONALES

[A₂] Nicholson D., Lamy C., Naturel X., Poulliat C., JPEG 2000 backward compatible error protection with Reed-Solomon codes, IEEE Transactions on Consumer Electronics, Vol 49, No 4, pp. 855–860, Novembre 2003.

CONFERENCES INTERNATIONALES

[C₆] Nicholson D., Lamy C., Naturel X., Poulliat C., JPEG 2000 backward compatible error protection with Reed-Solomon codes, 1st Workshop on JPEG2000, VCIP'03, Lugano, Switzerland, Juillet 2003.

[C₇] Renoult A., Poulliat C., Chenu-Tournier M., Fijalkow I., On the performance of a multi-user multi-array COFDM system, IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), Lisbonne, Portugal, Juillet 2004.

CONFERENCES NATIONALES

[CN₂] Poulliat C., Nicholson D., Vila P., Sensibilité de JPEG2000 aux erreurs, CO-RESA2001, Dijon, France, Novembre 2001.

CONTRIBUTIONS NORMATIVES

[N₁] Poulliat C., Nicholson D., Impact and efficiency of error resilience tools for mobile applications, ISO/IEC JTC 1/SC 29/WG 1, N 2176, Juin 2001.

Chapitre 1

Etude et modélisation des performances d'un système DS-CDMA

Dans ce document, nous nous intéressons à l'optimisation des ressources pour la transmission multimédia. Nous avons vu que l'optimisation globale du système pouvant être complexe, nous avons choisi d'optimiser les ressources pour des blocs consécutifs. Ainsi nous nous proposons dans un premier temps d'optimiser les ressources sur la partie lien physique en considérant les blocs de modulation et de codage pour un système multi-utilisateurs. Comme pour tout système de communication, avant de pouvoir optimiser l'allocation de ressources, il faut avoir un modèle du système qui est fonction des paramètres du système et des conditions du canal. En plus de cette modélisation, nous avons besoin d'un critère de performance ou d'une mesure de qualité pour évaluer les performances obtenues et définir les critères pour un fonctionnement satisfaisant du système. Ce n'est qu'ensuite qu'une analyse de ce système sous les contraintes de performances requises nous permettra de mettre en exergue les paramètres importants pour l'optimisation de ce système.

Ainsi dans ce chapitre, nous nous attachons à présenter une modélisation simple de la liaison montante d'un système d'accès multiple par répartition par code utilisant les méthodes existant dans la littérature qui se basent sur une modélisation du rapport signal sur bruit équivalent en sortie de récepteur (approche liée à la théorie de la communication). Cette modélisation permettra de mettre en évidence les points clés de l'adaptation de lien et le lien entre paramètres à l'émission et performances permettant l'optimisation sous contraintes du système. En particulier, on présentera en fin de ce chapitre une mesure de performance originale que nous pensons pertinente pour les transmissions multimédia par paquets.

L'organisation de ce chapitre est alors la suivante : nous donnons d'abord une modélisation d'un système DS-CDMA dans le cadre de la liaison montante. En s'appuyant sur une modélisation du signal reçu et des interférences, nous exprimerons le rapport signal à bruit équivalent en sortie de récepteur. Ensuite, nous analyserons les performances de ce système en sortie de décodeur canal et proposerons une mesure de performance alternative

aux mesures classiques.

1.1 Système de communication DS-CDMA

1.1.1 Présentation générale

L'accès multiple par répartition par code (AMRC ou *DS-CDMA* en anglo-saxon) utilise le principe de l'étalement de spectre [133] : la transmission est effectuée à un débit plus élevé que nécessaire pour chaque utilisateur, ceci étant réalisé par la multiplication des symboles utiles de chaque utilisateur par des séquences dites d'étalement. La transmission de tous les utilisateurs s'effectuant dans la même bande fréquentielle et dans le même intervalle de temps, la séparation des utilisateurs est alors assurée par l'utilisation de séquences orthogonales ou quasi-orthogonales.

Le schéma global de la transmission est considéré figure 1-1. On considère la liaison montante (du mobile vers la station de base) d'un système DS-CDMA avec N_u utilisateurs dans la cellule. Pour l'utilisateur indicé par k , le système contient une source \mathcal{S}_k . Les données d'information supposées mises en paquets sont alors codées par un code de canal de rendement R_k puis étalées avec une séquence d'étalement de longueur S_k . On considérera une modulation de phase binaire (*Binary Phase Shift Keying, BPSK*) $\{+1, -1\}$ et le filtre de mise en forme au temps chip $h_c(t)$ est supposé être une fonction porte d'énergie unité. Les transmissions sur le lien physique sont supposées réalisées par trame comme sur un système radiomobile de troisième génération UMTS [145, 88] et on suppose que le nombre de paquets source transmis sur une trame canal est entier.

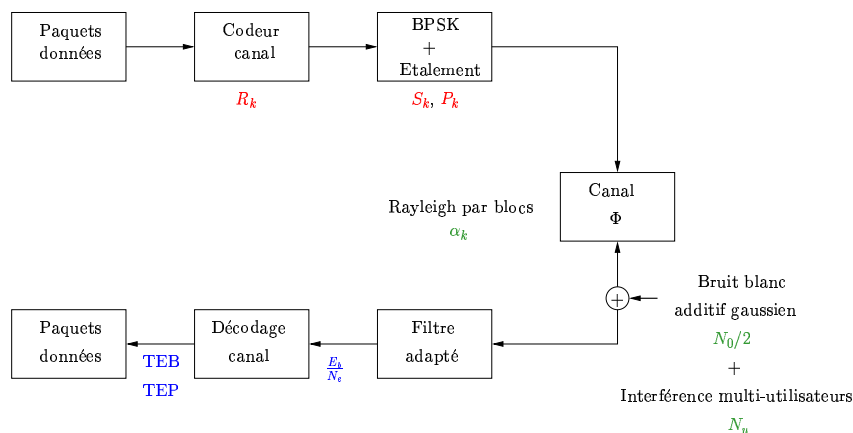


Fig. 1.1 – Chaîne de communication

Pour ce type de systèmes, il existe deux types de récepteurs:

- les récepteurs *mono-utilisateur* [133]: ce type de récepteurs réalise simplement un désétalement (démodulation mono-utilisateur), ramenant l'utilisateur d'intérêt dans sa bande utile et la contribution des autres utilisateurs est projetée dans l'espace de l'utilisateur d'intérêt. Cette interférence due aux autres utilisateurs sera d'autant plus faible que l'orthogonalité sera respectée. Ce type de récepteur considère

l'interférence des autres utilisateurs comme un bruit additionnel au signal utile de l'utilisateur d'intérêt sans tirer profit d'un quelconque a priori sur la structure de ces interférences (a priori sur les séquences d'étalement). Ce type de système est sous-optimal dans le sens où il ne minimise pas la probabilité d'erreur bit et nécessite un contrôle de puissance de manière à combattre l'effet proche-lointain (*near-far effect*) [168, 169].

- les détecteurs *multi-utilisateurs* : dans [168], Verdú propose un détecteur optimal multi-utilisateurs minimisant la probabilité d'erreur bit et offrant une résistance intrinsèque au problème proche-lointain. Le principal problème de cette approche étant la complexité, des versions sous-optimales, dérivées directement du modèle original de Verdú [98, 99] ou inspirées de techniques classiques de l'égalisation (voir [141] pour certaines références) furent proposées. Nous renvoyons par exemple aux travaux de [141] pour divers récepteurs itératifs multi-utilisateurs.

Le but de notre exposé n'étant pas de proposer, d'étudier ou d'améliorer l'un de ces récepteurs, nous considérons par la suite, pour la modélisation, un récepteur conventionnel mono-utilisateur sans contrôle de puissance suivi d'un décodeur de canal. Ce choix est motivé par le fait que, pour ce type de récepteurs, l'étude analytique sous certaines hypothèses est simplifiée et que cela nous permet de nous comparer à d'autres approches d'adaptation de lien.

1.1.2 Modèle du signal à l'émission

Le signal à l'émission pour l'utilisateur k peut s'exprimer, en bande de base par

$$s_k(t) = \sum_i \sqrt{P_k} a_k[i] c_k(t - iT_s) \quad (1.1)$$

où $T_{s,k}$ est le temps symbole, P_k est la puissance d'émission des symboles codés $a_k[i]$ et $c_k(\cdot)$ est la séquence d'étalement donnée par

$$c_k(t) = \sum_{n=0}^{S_k-1} c_k[n] h_c(t - nT_c) \quad (1.2)$$

avec T_c le temps chip. On définit alors le gain d'étalement comme suit : $S_k = T_{s,k}/T_c$.

Dans la suite, nous considérerons que les séquences d'étalement sont des séquences aléatoires statistiquement indépendantes. Cette considération permet d'avoir des expressions analytiques simples du système et donne une borne minimale sur ses performances.

1.1.3 Signal à l'entrée du récepteur

1.1.3.1 Modèle de canal et récepteurs associés

On peut considérer trois grands types de canaux physiques pour cette étude. Soit $g_k(t)$ le canal associé à l'utilisateur k , nous avons alors les cas suivants :

- *Bruit blanc additif gaussien* (BABG) : on a juste un délai τ_k de transmission pour chaque utilisateur. Le signal reçu en station de base est la somme de ces différents

trajets et d'un bruit blanc additif gaussien.

$$g_k(t) = \delta(t - \tau_k), \quad \text{Bruit blanc additif gaussien} \quad (1.3)$$

- *Evanouissements lents*: pour chaque utilisateur, on a un trajet reçu avec un délai τ_k atténué d'un facteur α_k , supposé ici constant sur toute la durée d'une trame radio. Le signal reçu en station de base est la somme de ces différents trajets et d'un bruit blanc additif gaussien.

$$g_k(t) = \alpha_k \delta(t - \tau_k), \quad \text{Evanouissements lents} \quad (1.4)$$

- *Canaux multi-trajets (canal sélectif en fréquence)*: pour l'utilisateur k , on a L_k trajets multiples reçus avec des délais $\tau_{l_k,k}$ et atténués d'un facteur $\alpha_{l_k,k}$, supposé ici constant sur la durée d'une trame. Le signal reçu en station de base est la somme de ces différents trajets et d'un bruit blanc additif gaussien.

$$g_k(t) = \sum_{l_k=1}^{L_k} \alpha_{l_k,k} \delta(t - \tau_{l_k,k}), \quad \text{Canal sélectif en fréquence} \quad (1.5)$$

Dans les deux premiers cas, le récepteur mono-utilisateur est le filtre adapté au temps chip à la séquence d'étalement. Dans le dernier cas, le récepteur mono-utilisateur à considérer est le récepteur RAKE [133]. Dans la suite, nous nous intéresserons uniquement au premier cas.

Nous supposons que les atténuations α_k suivent une loi de Rayleigh et que les retards τ_k suivent une loi uniforme sur l'intervalle $[0, T_{s,k}[$. Le canal considéré est donc un canal de type *Rayleigh par bloc*.

1.1.3.2 Signal en réception pour la liaison montante

En considérant un canal Rayleigh par bloc, le signal reçu par la station de base est de la forme

$$y(t) = \sum_{k=0}^{N_u} \alpha_k s_k(t - \tau_k) + n(t) \quad (1.6)$$

avec $n(t)$ un bruit blanc gaussien centré de variance σ^2 indépendant des contributions de chaque utilisateur.

Sans perte de généralité, on considérera l'utilisateur k' comme utilisateur d'intérêt. On peut alors montrer (voir [117, 116, 36, 147] pour des présentations générales) qu'après désétalement par le filtre adapté au temps chip, et en négligeant les interférences des cellules voisines, le signal peut se mettre sous la forme

$$r_{k'}[i] = \sqrt{P_{k'}} \alpha_{k'} a_{k'}[i] + I_{k'}[i] + n[i] \quad (1.7)$$

où i est l'indice associé au rythme symbole pour les symboles échantillonnés, $\sqrt{P_{k'}} \alpha_{k'} a_{k'}[i]$ est le signal utile, $I_{k'}$ le terme d'interférence dû aux autres utilisateurs et $n[i]$ un bruit blanc gaussien centré de variance $N_0/2$ où N_0 est la densité spectrale de puissance normalisée par la bande passante.

1.2 Modélisation et performances en sortie de récepteur

Le but n'est pas d'obtenir un nouveau modèle, mais d'utiliser un modèle simple qui permette d'analyser les performances en réception en fonction des paramètres d'émission. En particulier, on s'intéressera à la modélisation du rapport signal sur bruit équivalent E_b/N_e en sortie de récepteur, qui quantifie le rapport entre l'énergie utile et l'énergie des interférences, et aux taux d'erreur bit (TEB) en sortie de récepteur et de décodeur canal.

1.2.1 Modélisation des interférences

Il existe plusieurs types d'hypothèses généralement retenues pour la modélisation statistique des interférences multi-utilisateurs dans le contexte de la théorie de la Communication.

- La plus répandue est l'*Approximation Gaussienne Standard (Standard Gaussian Approximation, SGA)* introduite par [135, 95] en utilisant des arguments (voir [117, 116] pour une extension à de multiples schémas de transmission) : tous les termes interférant sont indépendants, et le terme d'interférence multi-utilisateurs est supposé gaussien et centré en utilisant les arguments du théorème de la limite centrale (Ceci n'est donc valable que pour un nombre suffisant d'utilisateurs interférant ou des gains d'étalement suffisamment grands). Le canal global en sortie de récepteur est donc un canal gaussien dont le bruit gaussien équivalent a pour variance $\sigma_e^2 = \mathbb{E}(I_0[i]^2) + \mathbb{E}(n[i]^2) = N_e/2$. Nous verrons par la suite que cette formule permet une expression simple de E_b/N_e et des différents TEB. Cependant, cette approche n'est valide que quand le nombre d'utilisateurs N_u est suffisamment grand.
- Certains auteurs ont proposé des améliorations en considérant la variance des interférences comme une variable aléatoire [109] : E_b/N_e et le TEB en sortie de récepteur sont alors calculés en moyennant sur la distribution de cette variance. Cette technique est connue sous le nom de *Approximation gaussienne étendue (Improved Gaussian Approximation, IGA)*. Son principal désavantage étant la complexité, des simplifications dans la mise en oeuvre de cette approximation furent proposées dans [67] (*Simplified Expression of Improved Gaussian Approximation, SEIGA*).
- Enfin, d'autres méthodes ont été proposées (voir [151] et références associées) qui utilisent une décomposition en série de Fourier de la probabilité d'erreur calculée à partir de la distribution vraie des interférences. Cette méthode, quoique performante, reste assez complexe.

Par la suite, nous ne considérerons cependant que l'approximation SGA car elle apparaît comme un des meilleurs compromis complexité/efficacité de description et permet de relier directement les performances en sortie de récepteur en fonction des paramètres du système en émission et réception. Dans les autres approches, cette relation n'est pas explicite car les grandeurs utiles telles que E_b/N_e ou le TEB sont obtenues en moyennant sur une distribution liée aux interférences multi-utilisateurs.

1.2.2 Approximation gaussienne : rapport signal sur bruit équivalent

Considérons notre schéma de transmission donné en figure 1-1. Les données d'information préalablement mises en paquets sont envoyées sur le lien physique qui transmet les informations codées par trame. On suppose entier le nombre de paquets sources envoyés sur une trame de canal.

Dans le cas d'une transmission sur un canal de type Rayleigh par bloc, les évanouissements sont constants pour chaque utilisateur sur la durée de cette trame. Le rapport signal sur bruit équivalent pour l'utilisateur d'intérêt k' et pour une trame donnée s'exprime alors de la manière suivante [116, 36, 147]:

$$\frac{E_b}{N_e}(k') = \frac{1}{R_{k'}} \frac{P_{k'} \alpha_{k'}^2 S_{k'}}{N_0 + \beta \sum_{k \neq k'} P_k \alpha_k^2} \quad (1.8)$$

où β est une valeur dépendante du type de séquences d'étalement utilisé et liée à l'asynchronisme au temps chip. Typiquement, dans nos simulations, nous prendrons $\beta = 2/3$ en considérant des séquences d'étalement aléatoires. Notons que l'indice de trame est omis et nous considérons de manière implicite que les paramètres sont associés à la réalisation d'une trame.

Ainsi le rapport signal sur bruit équivalent est une fonction des paramètres d'émission et du canal. C'est précisément cette relation explicite entre comportement en réception et paramètres d'émission qui est exploitée en adaptation de lien et nous verrons dans le Chapitre 2 comment on peut alors adapter le lien aux paramètres du canal.

1.2.3 Extensions possible du modèle

Ce modèle peut être étendu facilement aux canaux à multi-trajets utilisant comme récepteur un récepteur RAKE comme dans [166, 104] (voir [116, 36, 147] pour des extensions). De même, si la distribution des évanouissements considérée est une distribution de Rayleigh, on peut tout aussi bien considérer une distribution de type Nakagami [133] pour les interférences comme le font [86, 85].

1.3 Performances et modélisation en sortie de décodage canal

Le fait de pouvoir modéliser, pour une réalisation de canal donnée, le canal équivalent comme un canal gaussien permet de dériver simplement (de manière analytique ou par simulations) les performances en sortie de décodage canal dès lors que l'on connaît la famille de code utilisée et le type de décodage utilisé (Maximum de vraisemblance (MV) [38] ou Maximum à Posteriori (MAP) [5]). Ainsi les performances du système en sortie de décodage canal sont équivalentes à une analyse de performance du code canal sur canal gaussien avec comme paramètre le rapport signal sur bruit équivalent E_b/N_e donné par l'équation (1.8).

Dans cette partie, nous nous contentons d'illustrer cette relation dans le cas de codes convolutifs (voir [79] pour une présentation d'ensemble récente). Ce choix est motivé

par le fait que, dans les systèmes de radiocommunications tels que l'UMTS, les codes de canal utilisés sont des codes convolutifs [1]. L'annexe A donne une présentation de ces codes. Nous nous contentons ici de rappeler certains résultats sur les performances asymptotiques des codes convolutifs sur canal BABG quand on les décode au sens du MV. Ceci est réalisé en pratique par l'algorithme de Viterbi sur le treillis du code [38]. Ces performances asymptotiques sont généralement dérivées en utilisant des arguments de borne de l'union (les événements d'erreurs sont indépendants) [174, 133]. Cette borne n'est valide que pour des rapports signaux à bruits (RSB) moyens à forts. Pour des RSB trop faibles, l'approximation par borne de l'union n'est plus valable. Il existe cependant des bornes plus efficaces, valides sur un plus large intervalle de RSB, qui ont été développées dans le cadre de l'étude de performances des turbo-codes et qui utilisent le spectre complet du code. Pour une description plus complète de cette famille de code, on se reportera aux ouvrages généraux [174, 79].

Nous présentons donc dans un premier temps les mesures classiques de performances utilisées pour caractériser le système de transmission : le taux d'erreur bit moyen (TEB) et taux d'erreur trame (ou paquet TEP, *Frame error rate, FER*). Ce sont les deux mesures les plus couramment employées. Puis nous présenterons une mesure de performance alternative qui tient compte des éventuelles corrélations des erreurs et qui peut être une mesure utile au dimensionnement des systèmes de transmission multimédia par paquets.

1.3.1 Analyse de performances asymptotiques : mesures classiques

On suppose sans perte de généralité que le mot de code zéro est transmis, utilisant les propriétés de linéarité du code. Pour un code convolutif de rendement R , le TEP peut s'exprimer à la sortie d'un décodeur de Viterbi de la manière suivante [20, 80] :

$$\text{TEP} = 1 - (1 - P_e)^{K-\nu} \quad (1.9)$$

K est le nombre de bits d'information dans un paquet, ν la mémoire du code et P_e est la probabilité d'un événement d'erreurs qui est une fonction de E_b/N_e et des paramètres du code (voir équation (1.10)). Un événement d'erreurs de longueur l et de poids de Hamming d est alors défini comme un chemin du treillis qui diverge du chemin de référence (associé au mot de code zéro) et qui converge à nouveau vers le chemin de référence après l sections de treillis. En utilisant les coefficients du polynôme énumérateur de poids du code [174], P_e est donnée par :

$$P_e \simeq \sum_{d=d_{min}}^{+\infty} a_d P_d \quad (1.10)$$

a_d est le nombre d'événements d'erreur de poids de Hamming d , d_{min} est la distance minimale du code et

$$P_d = Q \left(\sqrt{2dR \frac{E_b}{N_e}} \right) \quad (1.11)$$

avec $Q(\cdot)$ la fonction queue de gaussienne donnée par

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (1.12)$$

Dans notre cas, E_b/N_e est donné par l'équation (1.8). De la même manière, le TEB peut être exprimé de la manière suivante [174]

$$TEB \simeq \sum_{d=d_{min}}^{+\infty} c_d P_d \quad (1.13)$$

c_d est le nombre de bits erronés sur l'ensemble des événements d'erreur de poids de Hamming d . Pour un code convolutif donné, les coefficients a_d et c_d peuvent être déterminés par leur fonction de transfert [133] ou de manière algorithmique pour les codes à longueur de contrainte importante.

Ainsi le lien entre E_b/N_e en sortie de récepteur et les performances en sortie de décodage canal (TEP et TEB) est-il fait. On est donc à même de caractériser complètement notre lien si l'on connaît les paramètres de transmission et les conditions de transmission du canal. De manière duale, si l'on s'impose des performances cibles en sortie de décodeur canal (contraintes imposées par le décodeur source qui ne peut tolérer qu'un certain taux d'erreurs résiduelles), on peut déterminer quels sont les paramètres d'émission idéaux pour s'adapter aux variations du canal et garantir le taux d'erreur souhaité. Ceci est tout l'enjeu de l'adaptation de lien et cette problématique sera développée dans le chapitre 2. Mais auparavant, nous allons présenter une mesure de performance alternative originale dans le contexte de transmissions multimédia.

1.3.2 Une mesure de performance alternative

Nous nous attacherons à présenter ici une nouvelle mesure de performance que nous pensons utile pour la détermination d'un point de fonctionnement du système. Nous nous efforcerons de montrer que ce choix est une alternative aux mesures classiques présentées précédemment.

1.3.2.1 Motivations

Pour un système communication tel que celui considéré en figure 1-1, les performances sont souvent décrites en terme de TEB ou TEP. Si l'on s'intéresse maintenant au point de vue de l'application, *i.e.* du décodeur source, on se trouve en présence d'un décodage qui intervient souvent trame par trame [64]. De plus, un décodage de source robuste doit être envisagé lorsque le lien physique est sans fil, utilisant par exemple un codage canal embarqué (près de la source) et des techniques de synchronisation permettant de mitiger l'effet d'erreurs résiduelles en sortie de décodeur canal. En prenant en compte ces deux aspects (décodage robuste par paquet), on peut voir que ce qui est intéressant pour un dimensionnement de la liaison, c'est le TEB résiduel sur un paquet erroné, puisque les performances du décodeur source sont directement associées à cette mesure. Il nous est

apparu dès lors que les mesures classiques (TEB et TEP) n'étaient pas dissociables. Le TEB est une mesure moyenne du taux d'erreurs. Il ne prend pas en compte l'éventuelle corrélation des erreurs (*Burst*) qui peut exister en sortie de décodeur canal (voir l'annexe A pour une étude de la corrélation en sortie de décodeur de Viterbi pour des codes convolutifs). Le TEB moyen sur un paquet erroné est forcément plus élevé que le TEB moyen. Ainsi dimensionner notre système sur cette mesure peut conduire à un mauvais fonctionnement du système. Le TEP est une description au niveau paquet et ne prend donc pas en compte le fait qu'un paquet peut être toléré avec des erreurs résiduelles, si le décodeur source est robuste.

Pour toutes ces raisons, nous proposons l'utilisation d'une mesure alternative, le taux d'erreur conditionné (TEBC ou Conditionnal Bit Error Rate, CBER) qui représente le TEB pour un paquet erroné. Cette mesure tente de prendre en compte la présence d'erreurs sur une trame afin de choisir le point de fonctionnement le plus approprié aux capacités de décodage robuste du décodeur source.

1.3.2.2 Définition

Le TEBC est le TEB conditionné au fait que la trame soit erronée. Utilisant la règle de Bayes, on peut alors définir le TEBC de la manière suivante :

$$TEBC = TEB/TEP \tag{1.14}$$

De la même manière que pour le TEB ou TEP, on est capable de relier les performances du système en sortie de décodage canal aux paramètres d'émission via la mesure de qualité du lien physique E_b/N_e .

1.3.2.3 Performances asymptotiques

De la même manière que le TEB ou le TEP, on peut déterminer les performances asymptotiques d'un code pour le TEBC. Nous allons ici déterminer une approximation du TEBC pour des RSB moyens à forts pour la famille des code convolutifs. Les approximations classiques (1.10) et (1.13) sont très bonnes pour les RSB élevés. On peut alors les utiliser avec la définition (1.14) pour avoir une bonne approximation du TEBC pour des RSB élevés. La figure 1-2 montre le TEBC en fonction de E_b/N_e pour différentes tailles de paquets pour le code convolutif de rendement $R = 1/2$ de représentation polynômiale en octal (561, 753), utilisé dans la norme UMTS [1]. Que ce soit pour les bornes ou les simulations, le TEBC montre un plancher d'erreur constant quelle que soit la longueur de la trame. Ceci peut être interprété de la manière suivante: pour les RSB élevés, l'événement d'erreurs le plus probable est celui de poids d_{min} (distance minimale du code). Quand une trame est erronée, il y aura un seul événement d'erreurs et la probabilité d'erreur moyenne sur cette trame est alors directement reliée au nombre de bits erronés introduits par cet événement. On cherchera donc à garantir le E_b/N_e minimal pour atteindre ce plancher d'erreur minimal.

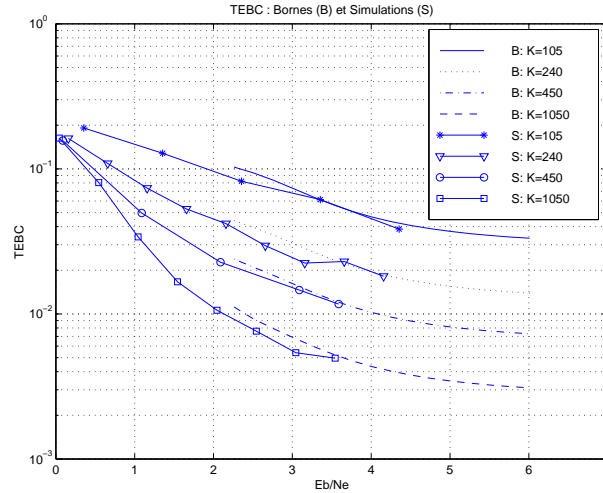


Fig. 1-2 – TEBC pour un canal gaussien pour différentes longueurs de paquet K . (B) Approximations pour forts rapports signaux à bruit, (S) Simulations.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en correspondance les performances en sortie de décodage canal avec la mesure de qualité du lien radio en réception et les paramètres à l'émission. Cette mise en correspondance est possible grâce à une modélisation simple du système DS-CDMA complet sur un canal de type Rayleigh par Bloc et avec l'approximation gaussienne classique. Cette mise en correspondance est à la base des techniques d'adaptation de lien qui cherchent à adapter les paramètres à l'émission aux caractéristiques du canal, de manière à garantir des performances cibles en sortie de décodeur canal. La modélisation considérée utilise des codes convolutifs pour le codage canal qui est la famille de codes standards de l'UMTS. Ceci peut être facilement étendu à d'autres familles telles que les turbo-codes (également disponible dans l'UMTS) ou les codes LDPC (Low-Density Parity-Check).

Dans le cadre des transmissions multimédia, nous avons présenté une mesure alternative aux mesures classiques de performances qui permet de prendre en compte le fait que les décodeurs de source dits "robustes" tolèrent un taux d'erreur résiduel sur les paquets en réception.

Ces deux aspects seront utilisés dans le chapitre 2 suivant pour effectuer l'allocation des ressources en terme de rendements et puissances.

Chapitre 2

Optimisation de ressources dans un système DS-CDMA

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une modélisation du lien physique en réception pour un système DS-CDMA. En particulier, nous avons vu qu'il était possible de lier le rapport signal sur bruit en réception E_b/N_e aux paramètres d'émission et aux caractéristiques du canal. Quand on considère une transmission où les conditions du canal varient au cours du temps, il est essentiel de pouvoir adapter les paramètres afin de maintenir le point de fonctionnement du système souhaité. Ainsi, l'allocation des ressources en émission devient-elle cruciale. Cependant, si cette allocation se doit de répondre à des contraintes de performance en réception (TEB ou TEBC cibles), le système lui doit satisfaire à un critère global de Qualité de Service (QoS), exprimé généralement en terme de débit utile, d'où l'optimisation nécessaire des ressources afin de garantir le meilleur service possible sous les contraintes de performances requises en réception.

Les approches classiques cherchent à maximiser le rendement total utile sous des contraintes de performances cibles [71]. Ce type d'approche a cependant le désavantage de priver les utilisateurs les plus faibles de transmission, ce qui peut induire des problèmes de latence sur le lien physique. Nous proposerons donc une approche "basée utilisateur" qui cherchera à maximiser le rendement instantané de tous les utilisateurs. Cette approche a été obtenue de manière intuitive et nous montrerons qu'elle aboutit à une adaptation des puissances. Nous nous intéresserons aux contraintes supplémentaires qui apparaissent dans ce problème d'optimisation sous contraintes lorsque les rendements de codage et les facteurs d'étalement sont limités à des intervalles ou à des ensembles discrets. Les performances des méthodes obtenues sont étudiées analytiquement.

Ainsi, nous présentons dans un premier temps la problématique de l'adaptation de lien dans un système DS-CDMA et les principales stratégies existantes. Nous présentons ensuite la stratégie alternative que nous proposons et la résolution du problème d'optimisation qui en découle. Enfin, nous étudions les performances asymptotiques de notre stratégie dans le cas de canaux de Rayleigh par bloc.

L'ensemble des travaux réalisés a été présenté dans diverses conférences nationales et internationales et a donné lieu à une publication dans une revue. Ainsi, une présentation des enjeux de l'adaptation de lien pour une transmission par paquets et une mise en oeuvre

simple fut présentée dans [127]. La stratégie de maximisation du rendement minimum et la solution dans le cas continu furent proposés dans [128]. Enfin l'étude des performances moyennes dans le cas continu et la comparaison avec la stratégie commune de maximisation du rendement global furent réalisées dans [129]. Enfin, un article de revue de synthèse incluant l'influence de la saturation et de la quantification fut accepté pour publication [130].

2.1 Problématique

2.1.1 Présentation de l'adaptation de lien

L'adaptation des systèmes correspond à un double objectif. Elle permet de s'adapter aux caractéristiques du canal, et ainsi d'améliorer les performances en réception, dans le cadre notamment de canaux à évanouissements, mais aussi d'optimiser l'allocation des ressources dans des systèmes aux ressources limitées. Il s'agit de trouver le meilleur compromis (puissance, bande passante et nombre d'utilisateurs dans un système multi-utilisateurs) pour atteindre une performance souhaitée en réception en terme de débit moyen et/ou TEB. Bien-sûr, ce type d'approches nécessite la connaissance du canal à l'émission (ou du moins une prédiction) et donc la présence d'un canal de retour (*Feedback channel*), qui permet de suivre les variations du canal et que nous supposons parfait pour la suite de notre propos.

Dans le cas de transmissions point à point mono-utilisateur, mono ou multiporteuses, nombreuses sont les contributions qui ont abordées le thème de l'adaptation des paramètres à l'émission afin d'améliorer le débit utile sur le lien de transmission. Les paramètres considérés pour s'adapter aux variations du canal étaient le débit instantané (ordre de la modulation et rendement de codage canal) et la puissance d'émission des symboles. Les types de canaux considérés sont des canaux à évanouissements lents ou rapides, avec ou sans multitrajets. Pour une présentation assez récente de l'état de l'art de ce type de récepteurs, le lecteur pourra se reporter à [65] où les nombreuses facettes de l'adaptation sont abordées. Dans le cas particulier des modulations adaptatives pour des canaux à évanouissements mono-utilisateur, on pourra se référer aux travaux de Goldsmith [47, 45, 46, 3] qui étudient l'adaptation de l'ordre de la modulation et le contrôle de puissance.

Dans le cas de systèmes multi-utilisateurs DS-CDMA, l'adaptation des ressources se résumait, jusqu'au milieu des années 90, à un contrôle de puissance. La motivation résidait dans la nature du média à transmettre : la voix était alors le principal média des transmissions et ne tolérait pas de délai, et l'adaptation des débits à l'émission était exclue. Ainsi, le but des systèmes était de garantir des performances cibles (en terme toujours de TEB ou TEP) pour un débit fixé et, de ce fait, l'adaptation consistait à adapter les puissances à l'émission afin de compenser les évanouissements subits, cherchant ainsi à éviter le problème proche-lointain. Pour plus de détails sur les méthodes classiques de contrôle de puissance, on pourra se référer aux ouvrages généraux suivants [173, 145, 88]. Cependant, si on considère des applications qui tolèrent des délais de transmissions (transmissions de données telles que le texte, diffusion d'images et de vidéo) ou des applications

qui peuvent adapter leur débit (codeur de source (vidéo) à débit variable, voir [64]), ceci nous ouvre la perspective de l'adaptation des débits en plus de l'adaptation des puissances. Ceci a donc conduit naturellement la communauté des communications numériques à s'intéresser aux problèmes d'adaptation des ressources en considérant l'adaptation des débits et le contrôle de puissance de manière conjointe ou séparée.

2.1.2 Différents types d'approches pour l'allocation des ressources d'un système DS-CDMA

Pour ce qui concerne l'allocation et l'optimisation des ressources d'un système DS-CDMA, les approches et les études sont nombreuses.

Initiées par [164, 62] pour la liaison montante puis simplifiées par [171], certaines méthodes d'allocation conjointes se sont intéressées aux performances optimales asymptotiques d'un système DS-CDMA. Elle consiste en l'étude de la *région des capacités* d'un système DS-CDMA permettant de déduire quelle est la stratégie optimale d'allocation des puissances et des débits permettant d'atteindre un point à la frontière de cette région. Les débits (ou de manière équivalente les rendements) correspondent alors aux débits optimaux admissibles par le système, au sens de Shannon, c'est-à-dire garantissant une probabilité d'erreur aussi faible que l'on désire, si on suppose l'utilisation du meilleur code possible. La prise en compte d'une contrainte instantanée sur le taux d'erreur où le caractère fini des rendements possibles est traitée dans [70]. Ces études sont des études asymptotiques qui permettent de déterminer les débits théoriques admissibles pour n'importe quelle allocation de puissance. Elles ne discutent pas cependant de la répartition explicite entre rendement de codage et étalement.

Un système de transmission possède souvent une contrainte sur le point de fonctionnement idéal caractérisé au niveau du récepteur par le rapport signal sur bruit équivalent E_b/N_e comme introduit au Chapitre 1. Ainsi certaines méthodes d'allocation se sont basées sur une étude du rapport signal sur bruit équivalent du système pour proposer différents types d'allocations. Parmi ces méthodes, on distingue :

- (i) les méthodes purement asymptotiques introduites conjointement par [170, 165] pour le cas synchrone et étendu au cas asynchrone dans [87] et au cas multi-trajets dans [35] dans le cas de récepteurs linéaires. On considère alors N_u , le nombre d'utilisateurs, et S_f , le gain d'étalement supposé identique pour tous les utilisateurs, tel que $N_u/S_f \rightarrow \alpha$ quand $S_f \rightarrow +\infty$. Dans ce cas, les auteurs montrent que le rapport signal sur bruit équivalent converge en probabilité vers une valeur asymptotique E_b/N_e^* dépendante des paramètres d'émission et de la structure du récepteur utilisé. Cette approche fut utilisée pour le cas synchrone par [13, 14] pour optimiser la répartition entre étalement et codage canal du rendement global de chaque utilisateur. [63] étudie l'allocation de puissance dans un cas multi-classes pour une cellule et pour un réseau de cellule. Récemment, [18] optimise l'efficacité spectrale pour un système CDMA codé comportant plusieurs classes d'utilisateurs. Hormis [13, 14], ces méthodes considèrent des systèmes mono-gain d'étalement par utilisateur pour une classe donnée.
- (ii) les méthodes se basant sur le modèle de rapport signal sur bruit présenté dans le

Chapitre 1, permettant un large choix de paramétrisation puisque la modélisation fut développée dans le cadre de systèmes multi-codes (plusieurs codes d'étalement par utilisateur), gains d'étalement variables ou multi-modulations comme souligné dans [116, 117]. Sur ce modèle, diverses études d'allocations de puissances et de débits furent conduites. Ainsi [84] étudie le contrôle de puissance basé sur une allocation tronquée : en-deçà d'un certain évanouissement, la transmission de l'utilisateur concerné est arrêtée. [83, 85] étudient les performances de stratégies basées sur l'adaptation des puissances d'émissions et/ou du gain d'étalement sur canaux à évanouissements. Et enfin [72, 71] étudient l'allocation optimale des puissances et rendements dans le cas de transmission multicodes (plusieurs séquences d'étalement allouées à un utilisateur) et dans le cas de gains d'étalement adaptatifs (*multi-rate*) dans le cadre de la maximisation du rendement totale sous contraintes d'un E_b/N_e cible.

Outre l'allocation conjointe rendement-puissance, certains auteurs se sont aussi intéressés à l'allocation optimisée de séquences parmi un ensemble de séquences possibles à l'émission [144, 172].

2.1.2.1 Approche classique : Maximisation du rendement total

Une fois le cadre d'optimisation fixé (paramètres adaptables à l'émission et contexte de transmission), on peut se définir un critère d'optimisation et des contraintes sur le système. Ainsi du point de vue de l'adaptation de lien, la définition d'un critère de qualité de service (*Quality Of Service*, QoS), permet de définir une fonction de coût \mathcal{C} qui dépend des paramètres à l'émission et de l'état du canal. Ensuite, les contraintes de performances en réception du type TEB, TEBC, TEP ou encore puissance moyenne émise donnent les contraintes systèmes à prendre en compte pour la résolution du problème d'optimisation quand le canal varie. Il nous apparaît clairement que pour la majorité des contributions concernant l'optimisation conjointe des rendements et des puissances, le critère d'optimisation privilégié est la *maximisation du rendement total* (sur tous les utilisateurs dans une cellule).

La fonction de coût à maximiser est alors $\mathcal{C} = \sum_{k=1}^{N_u} r_k$ où r_k est le rendement de l'utilisateur k . Cette maximisation du rendement total se traduit donc par la maximisation de la somme (éventuellement pondérée) des rendements admissibles, relevé dans la littérature sous le critère *sum rate capacity maximization* ou *total throughput maximization*, l'appellation étant fonction des outils d'analyse privilégiés. Cette optimisation est alors soumise à différentes contraintes possibles telles que des performances cibles (en terme de TEB ou TEBC), des contraintes sur la puissance en émission ou réception, *etc...*

[71] présente une étude complète des performances d'une adaptation de lien basée sur la maximisation du rendement total sur une cellule avec une contrainte sur le TEB en réception quand un récepteur conventionnel de type RAKE est utilisé. Il apparaît alors que ce type de stratégie implique que les utilisateurs avec de forts évanouissements soient privés de transmission alors que les autres transmettent à leur pleine puissance. Ainsi certains utilisateurs peuvent être privés de communication, induisant des problèmes de latence sur le lien physique.

2.1.3 Alternative proposée : Maximisation du minimum des rendements

La maximisation du rendement total est une stratégie d'optimisation "basée réseau", où le point de vue privilégié est un service "global" (osons le terme "ciblé opérateur"). Certains auteurs voient en cette approche une extension naturelle des problématiques d'optimisation du cas mono-utilisateur visant à maximiser le rendement moyen de l'utilisateur. Nous proposons d'adopter un point de vue différent "basé utilisateur". Nous proposons de prendre comme critère la maximisation du minimum des rendements sur l'ensemble des utilisateurs avec une contrainte sur les performances en réception. La fonction de coût est alors donnée par $\mathcal{C} = \max \min_k r_k$. Dans ce sens, nous espérons assurer le meilleur service possible (meilleur débit possible pour chaque utilisateur) avec une *QoS* minimum (le TEB cible par exemple). Dans la suite, nous baserons notre optimisation sur la modélisation du lien physique présenté au Chapitre 1.

2.2 Maximisation du minimum des rendements : cas continu

2.2.1 Modèle du lien physique

Nous considérons le système de transmission considéré au chapitre 1. Le système comporte N_u utilisateurs d'une même classe de priorité (pas d'utilisateurs privilégiés) qui émettent des paquets de données source, codés par un code de canal de rendement R_k et étalés par un facteur S_k pour l'utilisateur indicé par k . Les transmissions sur le lien physique sont supposées par trame, chaque trame comportant un nombre entier de paquets source codés. On supposera un canal de Rayleigh par bloc mono-trajet. Les évanouissements sont supposés constants sur la durée d'une trame et connus à l'émetteur. Le récepteur est un récepteur mono-utilisateur conventionnel (filtre adapté au temps chip). Pour la trame courante et l'utilisateur d'intérêt k' , sous hypothèse gaussienne, on rappelle l'expression du rapport signal sur bruit équivalent instantané (équation (1.8)) :

$$\frac{E_b}{N_e}(k') = \frac{1}{R_{k'}} \frac{P_{k'} \alpha_{k'}^2 S_{k'}}{N_0 + \beta \sum_{k \neq k'} P_k \alpha_k^2} \quad (2.1)$$

Nous omettons l'indice de la trame, supposant implicitement que l'adaptation et l'optimisation sont réalisées pour chaque trame (meilleur cas d'adaptation possible car il utilise la granularité temporelle la plus fine disponible sur le réseau).

2.2.2 Fonction de coût et contraintes

2.2.2.1 Expression du rendement

Pour l'utilisateur d'intérêt k' , le rendement $r_{k'}$ est donné par

$$r_{k'} = \frac{R_{k'}}{S_{k'}} \quad (2.2)$$

En considérant l'équation (2.1), il vient alors

$$r_{k'} = \left(\frac{E_b}{N_e}(k') \right)^{-1} \frac{P_{k'} \alpha_{k'}^2}{N_0 + \beta \sum_{k \neq k'} P_k \alpha_k^2}. \quad (2.3)$$

En supposant les évanouissements α_k constants et connus, il apparaît clairement que $r_{k'}$ est une fonction des paramètres d'émission $\{P_k, k = 1 \dots N_u\}$, des constantes du système $(\{\alpha_k^2, k = 1 \dots N_u\}, N_0, \beta)$ et du terme $\frac{E_b}{N_e}(k')$. On suppose dans la suite que $r_{k'} \in \mathbb{R}^+$.

2.2.2.2 Contraintes du système de transmission

En supposant que tous les utilisateurs transmettent simultanément, nous considérerons les contraintes système suivantes :

[C₁] Si nous voulons garantir une *QoS* cible en réception en terme de TEB, TEP ou TEBC, cela implique, comme rappelé au chapitre précédent, de ce fixer un rapport signal sur bruit équivalent cible $(E_b/N_e)_t$. En supposant que tous les utilisateurs appartiennent à une même classe, $(E_b/N_e)_t$ est identique pour chaque utilisateur. La valeur de $(E_b/N_e)_t$ est relative au TEB, TEP cibles en sortie de décodage canal ou à la plage de TEBC considéré (voir [128, 130]). La contrainte est alors formulée de la façon suivante :

$$[C_1] : \frac{E_b}{N_e}(k') = \left(\frac{E_b}{N_e} \right)_t, \quad k' = 1 \dots N_u.$$

[C₂] Pour des raisons liées aux implantations matérielles ou à la sécurité des usagers, la puissance est limitée à une valeur P_{\max} pour la liaison montante. Cette valeur est supposée identique pour tous les utilisateurs. La contrainte est alors formulée de la façon suivante :

$$[C_2] : 0 < P_k \leq P_{\max}, \quad k = 1 \dots N_u. \quad (2.4)$$

2.2.2.3 Problème d'optimisation : formulation

Nous considérons une adaptation conjointe des rendements et des puissances pour réaliser la maximisation du minimum des rendements. En considérant l'équation (2.1), le rendement de l'utilisateur d'intérêt qui satisfait la contrainte [C₁] est donné par

$$r_{k'} = (E_b/N_e)_t^{-1} \frac{P_{k'} \alpha_{k'}^2}{N_0 + \beta \sum_{k \neq k'} P_k \alpha_k^2}. \quad (2.5)$$

Le problème d'optimisation sous les contraintes spécifiées à la section 2.2.2.2 se formalise alors de la façon suivante:

$$\max_{\{P_{k'}\}} \min_{k'} r_{k'} \text{ sous les contraintes } [C_1] \text{ et } [C_2]. \quad (2.6)$$

On peut d'ores et déjà noter le fait que l'optimisation conjointe (2.6) se réduit à un problème d'optimisation des puissances et des rendements disjoints. Les rendements sont déduits après allocation des puissances.

Dans la suite, nous considérerons que $\forall k = 1 \dots N_u, r_k \in \mathbb{R}^+$. Quelques considérations seront cependant abordées sur le caractère borné de la solution et sur les implications sur la solution du problème optimal continu (2.2.6). Le cas de la quantification de la solution continue à des rendements de types discrets sera considéré à la section 2.3.2.

2.2.3 Résolution

On s'intéresse ici à la résolution du problème d'optimisation (2.6) dans le cas continu. Ce cas d'étude reste intéressant car il fournit une borne supérieure sur les performances du système pratique et un outil fort utile pour la comparaison avec d'autres stratégies d'adaptation de lien.

Sous les contraintes d'optimisation $[C_1]$ et $[C_2]$, la solution au problème d'optimisation (2.6) est donnée par la proposition suivante:

Proposition 1 *En ordonnant les indices des utilisateurs $\{1 \dots N_u\}$ par ordre croissant des gains de canal ($\alpha_1^2 \leq \dots \leq \alpha_{N_u}^2$), la solution au problème d'optimisation (2.6) est donnée par:*

$$P_k \alpha_k^2 = P_{\max} \alpha_1^2, k = 1, \dots, N_u \quad (2.7)$$

avec α_1 le gain de canal de l'utilisateur le plus faible.

En supposant l'adaptation de gain réalisée selon la proposition 1, l'allocation de rendement est alors la suivante :

Corollaire 1 *Quand la maximisation du rendement est réalisée selon (2.7), tous les utilisateurs le même rendement donné par :*

$$r_{\max - \min} = (E_b/N_e)_t^{-1} \frac{P_{\max} \alpha_1^2}{N_0 + \beta(N_u - 1)P_{\max} \alpha_1^2}. \quad (2.8)$$

2.2.4 Adaptation de lien résultante

D'après la section précédente 2.2.3, nous pouvons décrire la stratégie d'adaptation de lien qui permet de maximiser le minimum des rendements pour chaque trame transmise.

La description des différentes étapes de l'adaptation est alors la suivante :

- (i) Sélection de $(E_b/N_e)_t$. Cette sélection est fonction des contraintes de performance en réception.
- (ii) Connaissant les amplitudes α_k et le nombre d'utilisateurs propre à transmettre, sélection de l'utilisateur le plus faible.
- (iii) Calcul des puissance requises d'après l'équation (2.7).

Le principal avantage de ce type d'adaptation est la faible complexité de mise en oeuvre dans ce cas.

2.2.5 Interprétation et discussion

La solution procurée par (2.7) souligne le compromis nécessaire à réaliser entre les utilisateurs puissants et les plus faibles. Les puissances reçues devant être égales en réception, il apparaît alors que pour maximiser le minimum des rendements, chaque utilisateur doit contribuer de manière égale à l'interférence multi-utilisateurs. A ce stade, il est bon de souligner la similitude avec les solutions classiques visant à éviter l'effet proche lointain (voir [173] pour une description générale). En partant de points de vue à priori différents, nous convergions vers une stratégie similaire. La similitude s'arrête au fait que les méthodes classiques raisonnent sur un débit constant et que nous nous autorisons de changer ce débit pour pouvoir permettre à tous les utilisateurs de transmettre (on se donne donc un degré de liberté en plus). $P_{max}\alpha_1^2$ souligne le fait que les performances dans ce contexte sont fortement contraintes par l'utilisateur le plus faible du système. Les performances de cette approche d'adaptation de lien sont analysées dans la section suivante.

2.2.6 Extension au cas borné

Nous pouvons maintenant discuter l'extension de la solution de ce problème d'optimisation au cas borné. On ajoute une contrainte sur l'existence d'un rendement minimum de transmission r_{\min} et un rendement maximum r_{\max} identique pour chaque utilisateur. On considère que $\forall k = 1 \dots N_u$, $r_k \in \mathbb{R}^+$ et $r_{\min} \leq r_k \leq r_{\max}$.

Analysons tout d'abord le cas où les rendements ne sont que bornés par une valeur r_{\max} . Il existe donc une valeur de gain α_{\max} , solution de $r_{\max - \min}(\alpha_{\max}) = r_{\max}$ au-delà de laquelle le rendement est saturé. Ainsi, considérant le rendement fixé et l'adaptation de puissance réalisée comme donnée par l'équation (2.7), et en reportant dans (2.1), on transmet donc avec un (E_b/N_e) supérieur à $(E_b/N_e)_t$. Ainsi le rendement étant limité, le gain obtenu pour la puissance transmise est alors utilisé pour une meilleure transmission. L'adaptation, dans ce cas, si l'on souhaite strictement $(E_b/N_e)_t$ consiste à diminuer la puissance transmise : l'allocation optimale de puissance garantissant strictement $(E_b/N_e)_t$ est alors donnée par $\forall k = 1 \dots N_u$, $P_k\alpha_k^2 = P_{\max}\alpha_{\max}^2$. Dans la suite, nous prenons le parti d'avoir un gain de performance en réception plutôt qu'un gain de puissance transmise. En effet, $(E_b/N_e)_t$ correspond à une *QoS* minimale, ainsi proposer un meilleur service est une stratégie intéressante.

Pour le cas où les rendements sont limités par rendement minimum r_{\min} , il apparaît clairement que pour un nombre fixé d'utilisateurs N_u , on est alors dans l'impossibilité de lutter contre l'évanouissement par adaptation du débit et donc, l'utilisation de l'adaptation des puissances donnée par l'équation (2.7) ne permet pas de garantir $(E_b/N_e)_t$. Cela implique de concevoir une adaptation incluant un mécanisme d'admission et rejet des utilisateurs. Cet aspect ne sera pas traité dans ce document. Dans le cadre de notre exposé quand nous serons en présence d'un rendement minimum, nous considérons que l'adaptation s'applique avec saturation, malgré ce que venons de souligner, et qu'elle correspond au meilleur compromis quand on souhaite garantir la présence des N_u utilisateurs dans la cellule.

Si nous venons de discuter l'extension au cas borné de la solution du problème d'optimisation (2.6), l'optimisation dans le cas de rendements discrets ne sera pas traitée dans ce

document car elle nécessite toute une étude que nous n'avons pas finalisée. Dans la suite de ce document, nous nous intéresserons aux performances de la solution proposée :

- (i) dans le cas continu,
- (ii) dans le cas de la saturation des rendements, solutions du problème continu,
- (iii) dans le cas de la quantification des rendements, solutions du problème continu.

Les deux dernières études permettent de déterminer les pertes occasionnées dans le cadre d'une optimisation sous-optimale très simple dans sa mise en oeuvre. Les performances obtenues constitueront des bornes minimales sur les performances pouvant être obtenues par la résolution du problème d'optimisation dans le cas borné et discret.

2.3 Analyse de performances

Nous étudions ici les performances moyennes de la stratégie proposée dans trois cas :

- (S_1) Cas continu : le rendement peut prendre n'importe quelle valeur dans \mathbf{R}^+ . Le problème est, d'après (2.7), complètement séparable et possède une expression simple analytique donnée par (2.7). L'allocation de puissances est solution de (2.7) et ensuite les rendements admissibles sont un résultat direct de (2.8). L'étude des performances nous donnera une borne supérieure sur les performances limites du système.
- (S_2) Cas de rendements continus mais bornés : ce cas prend en compte le fait que les rendements admissibles sont bornés. On étudiera donc l'effet sur la solution continue d'un support borné pour les rendements.
- (S_3) Cas de rendements discrets : les solutions des rendements appartiennent à un ensemble discret. On étudiera ainsi l'effet de la quantification de la solution du cas continu sur les performances moyennes et on discutera de la perte due à cette quantification par rapport à la solution optimale dans le cas discret (non traitée dans ce document).

2.3.1 Cas continu : Performances analytiques et simulations

Intéressons nous dans un premier temps au cas continu. L'allocation conjointe décrite par (2.7) donne la solution *instantanée* du problème d'optimisation (2.6), *i.e.* la solution pour une trame canal donnée et une réalisation de canal donnée. Nous nous proposons ici d'évaluer les performances *moyennes* (en terme de rendement *moyen*) du système proposé afin d'en évaluer les limites et de pouvoir le comparer à d'autres schémas d'optimisation. Les performances moyennes sont obtenues en moyennant sur la distribution de probabilité des gains de canal α_k .

Sans perte de généralité, nous supposerons que, pour tous les utilisateurs, les gains de canal α_k sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de distribution de Rayleigh paramétrée par $\Omega = \mathbb{E}(\alpha^2)$.

Les performances étant une fonction du gain le plus faible α_1 , en utilisant les résultats de la statistique d'ordre [118], le gain de canal minimum parmi N_u suit une loi de Rayleigh

de paramètre $\mathbb{E}(\alpha_1^2) = \Omega/N_u$ et la densité de probabilité associée est donnée par

$$f_{\alpha_1}(\alpha) = \frac{2N_u\alpha}{\Omega} e^{-\frac{N_u\alpha^2}{\Omega}}, \quad \alpha > 0 \quad (2.9)$$

2.3.1.1 Rendement moyen : Expression analytique

En utilisant la solution instantanée (2.8) pour chaque trame, on peut moyenner sur la densité de distribution donnée par (2.9). En notant $C = (E_b/N_e)_t^{-1} P_{\max}$ et $\lambda = \beta(N_u - 1)P_{\max}$, le rendement moyen est alors donné par:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \mathbb{E}(r) = \int_0^{+\infty} r_{\max - \min} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha \\ &= C \frac{N_u}{\Omega\lambda^2} e^{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}} (I_1 - I_2) \end{aligned} \quad (2.10)$$

avec

$$I_1 = \frac{\Omega\lambda}{N_u} e^{-\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}}$$

et

$$I_2 = N_0 \Gamma\left(0, \frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}\right)$$

où

$$\Gamma(p, z) = \int_z^{+\infty} t^{p-1} \exp(-t) dt \quad (2.11)$$

est la fonction Gamma incomplète. La preuve détaillée de (2.10) est donnée en Annexe B.2.

Pour des raisons pratiques, il peut être intéressant de dériver certaines bornes proches de l'expression analytique exacte. Ainsi, en considérant l'équation (2.10), nous pouvons donner une minoration du rendement moyen en utilisant une majoration de l'intégrale I_2 . Cette majoration de I_2 est donnée par l'expression suivante (voir l'Annexe B.3 pour une preuve détaillée)

$$I_2 \leq N_0 e^{-\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}} \left(\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}\right)^{\left(\frac{1}{p}-1\right)} (p-1)^{\left(1-\frac{2}{p}\right)} p^{\left(\frac{1}{p}-1\right)}, \quad \forall p > 1 \quad (2.12)$$

Puisque l'équation (2.12) est vraie pour tout $p > 1$, la minoration la plus fine est obtenue en optimisant le paramètre p pour minimiser le second terme de (2.12). Ainsi le paramètre p est optimisé pour chaque valeur de puissance de bruit et pour une valeur N_u donnée. Finalement en reportant cette expression dans (2.10), on obtient la minoration attendue. Considérant de nouveau l'équation (2.10), et puisque I_2 est positive, nous pouvons donner la limite asymptotique (borne supérieure asymptotique) quand la puissance de bruit diminue. La limite est donnée par

$$\begin{aligned} \bar{r} &\leq C \frac{N_u}{\Omega\lambda^2} e^{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}} I_1 \\ &\leq \frac{C}{\lambda} \end{aligned}$$

et finalement on obtient

$$\bar{r} \leq \frac{(E_b/N_e)_t^{-1}}{\beta(N_u - 1)}. \quad (2.13)$$

Ainsi, nous pouvons constater que le rendement moyen dans le cas continu ne peut croître indéfiniment quand la puissance de bruit diminue car il est limité par le terme d'interférence multi-utilisateurs donné par (2.13). Nous allons maintenant discuter de la validité de ces expressions analytiques et de la pertinence des approximations.

2.3.1.2 Simulations

Les conditions d'expérimentation sont les suivantes. Tous les gains de canal des différents utilisateurs sont indépendants et identiquement distribués suivant une loi de Rayleigh de paramètre $\mathbb{E}(\alpha_k^2) = 1, \forall k = 1 \dots N_u$. La puissance maximale d'émission est la même pour tous les utilisateurs et fixée à $P_{\max} = 1$. Le rapport signal sur bruit équivalent est fixé à $(E_b/N_e)_t = 3\text{dB}$. Considérant des séquences d'étalement aléatoires, $\beta = 2/3$.

La figure 2-1 donne les résultats de simulation pour le rendement moyen par utilisateur en fonction de la puissance inverse du bruit. Ainsi, comme attendu, pour une puissance de bruit donnée, le rendement moyen diminue quand le nombre d'utilisateurs croît. Ceci est dû à la puissance des interférences multi-utilisateurs qui croît avec un nombre d'utilisateurs croissant. De même, toutes les courbes sont des fonctions strictement décroissantes de la puissance de bruit. Comme nous sommes dans le cas continu, les rendements convergent vers zéro pour une puissance de bruit croissante et tendent asymptotiquement vers une constante donnée par (2.13) quand la puissance de bruit tend vers zéro. Comme prévu, cette limite est directement dépendante de N_u . Par exemple, pour $N_u = 20$, la valeur asymptotique donnée par (2.13) est 0.0395, ce qui correspond à la valeur asymptotique observée.

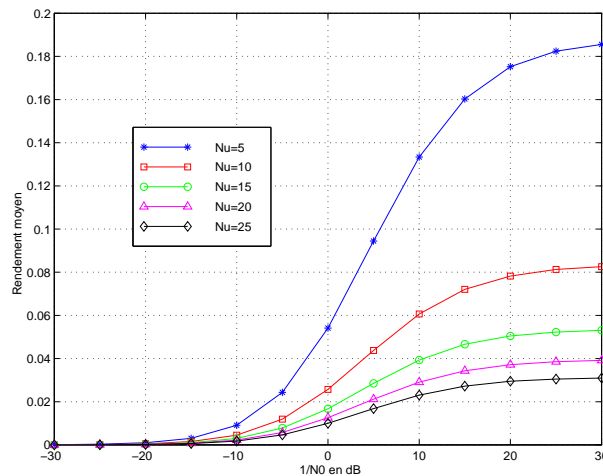


Fig. 2-1 – Rendement moyen \bar{r} en fonction de la puissance inverse de bruit $1/N_0$: résultats de simulation pour $N_u=5,10,15,20,25$.

La figure 2-2 permet de comparer les courbes simulées avec les expressions analytiques exactes et leurs approximations par défaut ainsi qu'avec la valeur asymptotique en absence

de bruit. Ainsi, pour les différentes valeurs de $N_u = 5, 10$, les expressions analytiques rendent parfaitement compte du comportement simulé. Les expressions approchées ont été obtenues en optimisant le paramètre p pour N_u et N_0 fixés. Les approximations obtenues donnent des courbes très fidèles aux expressions analytiques. La perte entre expressions analytiques et approximations par défaut est alors négligeable. Comme attendu, toutes les courbes tendent asymptotiquement vers la valeur (2.13) quand le RSB croît.

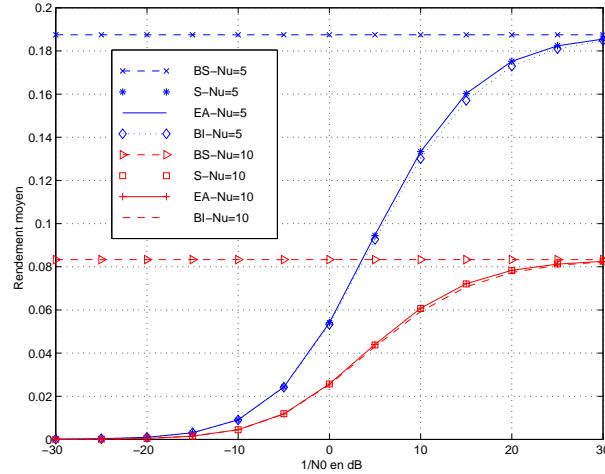


Fig. 2-2 – Rendement moyen \bar{r} en fonction de la puissance inverse de bruit $1/N_0$ dans le cas continu : (BS) Borne supérieure asymptotique, (S) Simulation, (EA) Expression Analytique, (BI) Borne inférieure. $N_u=5, 10$.

On pourra se référer à [130] pour une étude complémentaire sur l'énergie par bit moyenne qui donne des résultats qualitatifs comparables.

2.3.1.3 Comparaisons

A titre d'illustration, nous comparons la solution obtenue pour notre stratégie de maximisation du rendement minimum (MRM) et celle de maximisation du rendement total (MRT) proposée par [71]. Nous comparons le rendement total moyen théorique pour les deux méthodes (figure 2-3) ainsi que le nombre moyen d'utilisateurs transmis sur une trame (figure 2-4). Les conditions de simulations sont identiques à celle du paragraphe 2.3.1.1 avec $N_u = 5, 15$.

Comme nous pouvions nous y attendre le rendement moyen, pour MRT, est supérieur à celui de notre approche MRM. Ceci est évidemment inhérent à la fonction de coût des deux stratégies d'optimisation. C'est en s'intéressant au nombre moyen d'utilisateurs transmis par trame que l'on révèle l'une des principales différences de comportement entre les deux stratégies. Alors que pour MRM, l'adaptation conjointe permet de manière inhérente de transmettre la totalité des utilisateurs, la stratégie MRT montre un comportement à seuil déjà évoqué par [71]. Ainsi au delà d'un certain seuil en $1/N_0$, ici 0 dB, un seul utilisateur (le plus puissant) est autorisé à transmettre sur une trame. C'est un des principaux problèmes de cette méthode souvent répertorié dans la littérature sous le nom "non-équité" *unfairness*. Pour notre stratégie MRM, le système permet à tous les utilisateurs

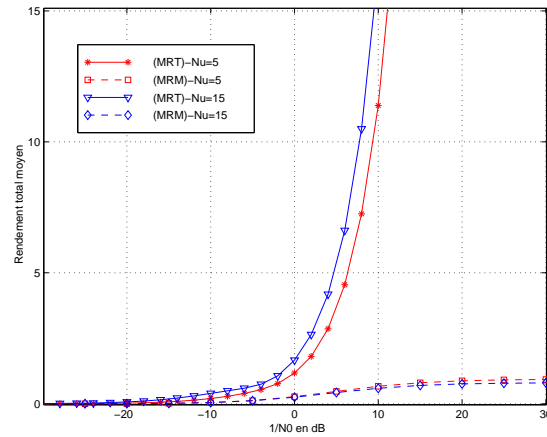


Fig. 2-3 – Rendement total moyen en fonction de $1/N_0$ dans le cas continu : (MRT) Maximisation du rendement total, (MRM) Maximisation du rendement minimum. $N_u = 5, 15$.

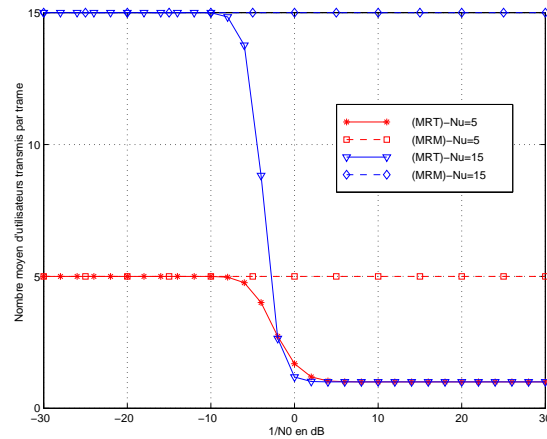


Fig. 2-4 – Nombre moyen d'utilisateurs par trame en fonction de $1/N_0$ dans le cas continu : (MRT) Maximisation du rendement total, (MRM) Maximisation du rendement minimum. $N_u = 5, 15$.

de transmettre mais avec des performances qui sont contraintes par l'utilisateur le plus faible, ce qui peut être assez pénalisant.

2.3.2 Cas saturé et discret : Influence de la quantification de la solution continue

Nous nous intéressons maintenant au problème d'optimisation (2.6) avec les contraintes (S_2) et (S_3) données au paragraphe 2.2.6. La solution optimale au problème (2.6) avec les contraintes additionnelles (S_2) et/ou (S_3) n'est pas directe, ni a fortiori évidente comme vu au paragraphe 2.2.6. Ainsi nous étudierons, dans un premier temps, l'impact de ces hypothèses sur une saturation (hypothèse (S_2)) et sur une quantification (hypothèse (S_3)) de la solution continue fournie par (2.8). Ceci nous donnera une mesure, a priori pessimiste, de perte de performances, induite par l'application des hypothèses (S_2) et (S_3). Nous allons donc dans le cadre de ces deux hypothèses déterminer le rendement moyen théorique et étudier l'impact de ces contraintes sur les performances moyennes du système.

2.3.2.1 Cas saturé : expression analytique

On considère la solution optimale du problème d'optimisation (2.6) dans le cas continu, donnée par la (2.8) et soumis à la contrainte

$$r_m \leq r_{\max - \min} \leq r_M, \quad (2.14)$$

Dans ce cas, l'adaptation de lien au paragraphe 2.2.4 sera complétée en ajoutant le point suivant

- (iv) Détermination de $r_{\max - \min}$. Si $r_{\max - \min} < r_m$ (respectivement $r_{\max - \min} > r_M$) alors saturer $r_{\max - \min}$ à r_m (respectivement à r_M)

Nous souhaitons maintenant déterminer le rendement moyen quand on envisage la saturation de la solution continue afin de pouvoir évaluer les pertes de performances éventuelles. En considérant l'équation (2.14), $r_{\max - \min}$ s'exprime de la façon suivante:

$$r_{\max - \min} = \begin{cases} r_m & , \alpha_1 \leq \alpha_{\min} \\ (E_b/N_e)_t^{-1} \frac{P_{\max} \alpha_1^2}{N_0 + \beta(N_u - 1) P_{\max} \alpha_1^2} & , \alpha_{\min} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{\max} \\ r_M & , \alpha_{\max} \leq \alpha_1 \end{cases}$$

α_1 est le gain de canal de l'utilisateur le plus faible, α_{\min} et α_{\max} sont solutions de $r_{\max - \min}(\alpha_{\min}) = r_m$ et $r_{\max - \min}(\alpha_{\max}) = r_M$ respectivement. Nous pouvons dès lors déterminer le rendement moyen par utilisateur en moyennant sur la distribution de α_1 . Les hypothèses sont identiques au cas continu. Le rendement moyen par utilisateur est alors donné par

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \int_0^{+\infty} r_{\max - \min} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha \\ &= \int_0^{\alpha_{\min}} r_m f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} r_{\max - \min} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_{\max}}^{+\infty} r_M f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha \\ &= r_m I_m + I_P + r_M I_M \end{aligned} \quad (2.15)$$

où I_m , I_M et I_P sont données par

$$I_m = \int_0^{\alpha_{\min}} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha = 1 - e^{-\frac{N_u \alpha_{\min}^2}{\Omega}}$$

$$I_M = 1 - \int_0^{\alpha_{\max}} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha = e^{-\frac{N_u \alpha_{\max}^2}{\Omega}}$$

et

$$I_P = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} r_{\max - \min} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{C \alpha^2}{N_0 + \lambda \alpha^2} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha$$

avec C et λ les constantes définies au paragraphe 2.3.1.1. De manière explicite, I_p est donnée par

$$I_P = C \frac{N_u}{\Omega \lambda^2} e^{\frac{N_u N_0}{\Omega \lambda}} (I'_1 - I'_2)$$

où u_{\min} et u_{\max} sont définies par

$$\begin{aligned} u_{\min} &= N_0 + \lambda \alpha_{\min}^2 \\ u_{\max} &= N_0 + \lambda \alpha_{\max}^2 \end{aligned}$$

et les intégrales I'_1 et I'_2 s'expriment par

$$I'_1 = \frac{\Omega \lambda}{N_u} (e^{-\frac{N_u u_{\min}}{\Omega \lambda}} - e^{-\frac{N_u u_{\max}}{\Omega \lambda}})$$

$$I'_2 = N_0 (\Gamma(0, v_{\min}) - \Gamma(0, v_{\max}))$$

avec $v_{\min} = N_u u_{\min} / \Omega \lambda$ et $v_{\max} = N_u u_{\max} / \Omega \lambda$. $\Gamma(p, z)$ est la fonction Gamma incomplète définie par (2.11).

Cette expression permet ainsi de prédire de manière analytique le comportement du système dans le cas saturé. Les performances sont discutées au paragraphe 2.3.2.3.

2.3.2.2 Cas quantifié : expression analytique

Nous allons considérer le cas où le rendement prend valeur dans un ensemble discret. Cette hypothèse est basée sur le fait que le rendement issu de l'allocation optimale (2.6) doit correspondre à un ratio existant entre le rendement de codage R_k et le gain d'étalement S_k pour l'utilisateur k . Le rendement global est alors donné par $r_k = R_k / S_k$ qui doit alors prendre valeur dans un ensemble fini discret. Le nombre de rendements de codage et de facteurs d'étalement possibles pour un utilisateur peut varier d'un utilisateur à l'autre. Le cas considéré peut être vu comme une extension du cas précédent où, entre les valeurs extrêmes, les rendements ne sont plus continus mais discrets. Le cas saturé apparaît alors

comme une borne supérieure vis à vis du cas discret. On s'intéresse ici encore non pas à l'allocation optimale dans le cas discret mais à la quantification de la solution continue. Avant de déterminer les performances moyennes de cette approche, nous dérivons la stratégie sous optimale d'adaptation liée au cas quantifié, qui correspond à une stratégie dans un cas concret. La stratégie est alors la suivante:

- (i) Sélection de $(E_b/N_e)_t$. Cette sélection est fonction des contraintes de performances en réception,
- (ii) Connaissant les amplitudes α_k et le nombre d'utilisateurs propre à transmettre, sélection de l'utilisateur le plus faible,
- (iii) Calcul des puissances requises d'après l'équation (2.7).
- (iv) Calcul de $r_{\max-\min}$. Connaissant l'ensemble des R_k et S_k disponibles, sélectionner le meilleur couple $\{R_k, S_k\}$ tel que

$$r_k = \frac{R_k}{S_k} \leq r_{\max-\min}. \quad (2.16)$$

L'étape additionnelle (iv) contrôle la saturation et permet de trouver un compromis entre codage canal et étalement. Notons que ce compromis est réalisable sous cette forme si l'on fait l'hypothèse que le $(E_b/N_e)_t$ est choisi de façon à ce que la contrainte de performance en terme de TEB ou TEBC soit satisfaite quelque soit R_k . Cette allocation du rendement entre codage canal et étalement est a priori sous optimale mais permet de garantir une structure simple quand à l'allocation.

De manière analogue au cas saturé, nous allons déterminer le rendement moyen théorique quand on se place dans le cas de la solution continue quantifiée résultant de l'adaptation présentée précédemment. Si l'on suppose un ensemble fini de rendements admissibles $\{r_n, n = 0 \dots M\}$, où r_0 et r_M sont respectivement les rendements d'information minimum et maximum possibles, la quantification de la solution optimale $r_{\max-\min}$ donnée par (2.8) nous donne :

$$r_{\max-\min} = \begin{cases} r_m, & \alpha_1 \leq \alpha_0 \\ r_n, & \alpha_n \leq \alpha_1 \leq \alpha_{n+1}, \forall n = 0 \dots M-1 \\ r_M, & \alpha_M \leq \alpha_1 \end{cases}$$

où les gains de canal α_n sont solutions de $r_{\max-\min}(\alpha_n) = r_n$ en utilisant l'équation (2.8). Avec des hypothèses identiques au paragraphe 2.3.1.1, le rendement moyen par utilisateur est alors donné par :

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \int_0^{+\infty} r_{\max-\min} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha \\ &= \int_0^{\alpha_0} r_0 f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha + \sum_{k=0}^{M-1} \int_{\alpha_k}^{\alpha_{k+1}} r_k f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_M}^{+\infty} r_M f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha \\ &= r_0 I_0 + \sum_{k=0}^{M-1} r_k I_k + r_M I_M \end{aligned} \quad (2.17)$$

avec

$$I_0 = 1 - e^{-\frac{N_u \alpha_0^2}{\Omega}}$$

$$I_M = e^{-\frac{N_u \alpha_M^2}{\Omega}}$$

et

$$I_k = \left(e^{-\frac{N_u \alpha_k^2}{\Omega}} - e^{-\frac{N_u \alpha_{k+1}^2}{\Omega}} \right)$$

Les performances des différentes approches sont étudiées et comparées dans le paragraphe 2.3.2.3 suivant.

2.3.2.3 Simulations

Les conditions d'expérimentation sont les suivantes. Tous les gains de canal des différents utilisateurs sont indépendants et identiquement distribués suivant une loi de Rayleigh de paramètre $\mathbb{E}(\alpha_k^2) = 1, \forall k = 1 \dots N_u$. La puissance maximale d'émission est la même pour tous les utilisateurs et fixée à $P_{\max} = 1$. Le rapport signal sur bruit équivalent est fixé à $(E_b/N_e)_t = 3\text{dB}$. Considérant des séquences d'étalement aléatoires, $\beta = 2/3$. Pour le cas quantifié, nous supposons un seul code de canal disponible pour tous les utilisateurs de rendement $R = 1/2$. Tous les utilisateurs ont le même ensemble de gains d'étalement, tel que $S_f = \{2^q / q = 0, 1, \dots, 9\}$. Ainsi, S_f est toujours inférieur ou égal 512.

A la figure 2-5, nous montrons la validité des expressions analytiques (2.15) et (2.17) obtenues précédemment. Dans les deux cas, les gains d'étalement sont limités par $S_{f \max} = 512$ et $S_{f \min} = 8$ pour $N_u = 8$, et par $S_{f \max} = 512$ et $S_{f \min} = 16$ pour $N_u = 10$. Comme nous pouvons le constater, simulations et expressions analytiques concordent bien. Les limites attendues pour les fort niveaux de bruit sont bien identiques et sont égales à $1/1024$ et celles pour faibles niveaux de bruit sont $1/16$ et $1/32$.

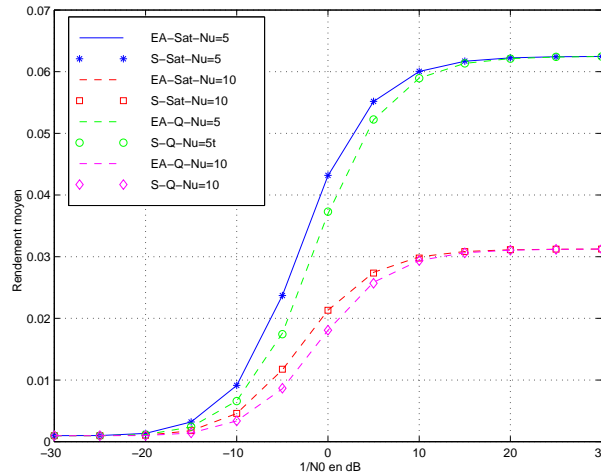


Fig. 2-5 – Rendement moyen \bar{r} en fonction de $1/N_0$ dans le cas saturé (Sat) et quantifié (Q) : (EA) Expressions analytiques, (S) Simulations. $N_u=5,10$.

A la figure 2-6, nous comparons les rendements limites théoriques des trois schémas (continu, saturé et quantifié) pour $N_u = 5$ et $N_u = 10$. Nous voyons ainsi que la limitation des performances est essentiellement due dans ce cas à la saturation, la perte étant d'autant plus importante que la puissance de bruit est faible. Ceci est due à la limitation du débit, nécessaire pour éviter tout débit non admissible (extension de bande passante par exemple ou débit non admissible physiquement). La perte due à la quantification reste elle raisonnable vis à vis du cas saturé. Il apparaît donc que la saturation est un facteur plus limitant que la quantification.

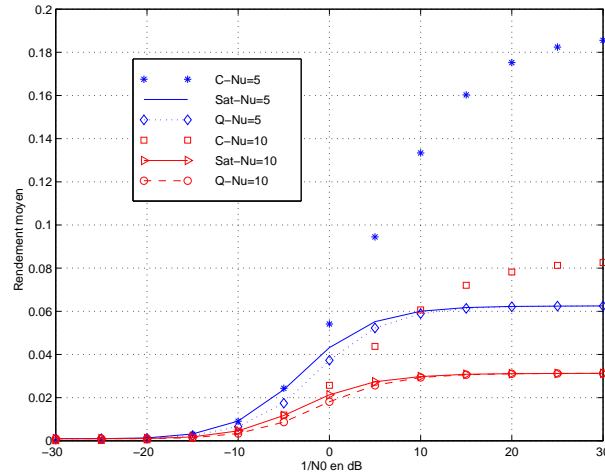


Fig. 2-6 – Rendement moyen \bar{r} en fonction de $1/N_0$: comparaison des résultats de simulations entre les cas continu (C), saturé (Sat) et quantifié (Q). $N_u=5,10$.

2.4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons présenté la stratégie alternative d'optimisation et d'allocation des ressources que nous avons proposé sur le lien physique pour des transmissions de données par paquets. Cette approche cherche à maximiser le minimum des rendements des utilisateurs transmettant sur une cellule, quand ceux-ci sont soumis à une contrainte de performance en réception. Nous avons obtenu la solution optimale de ce problème dans le cas continu et calculé les performances moyennes (en terme de rendement moyen par utilisateur) de manière analytique. Nous avons ensuite étudié analytiquement l'influence de la saturation et de la quantification de la solution continue, nous donnant ainsi une analyse pessimiste par rapport aux stratégies optimales.

Plusieurs perspectives sont à envisager. La résolution optimale du problème d'optimisation (2.6) dans le cas borné et discret est une extension possible des travaux. Celle-ci devra prendre en compte une stratégie d'admission rejet, comme évoqué au paragraphe 2.2.6. De plus, une extension au cas multi-classes ainsi que l'étude de stratégies mixtes permettant d'allier les avantages des schémas de maximisation du rendement minimum et de maximisation du rendement total dans le cas multi-classes sont envisageables. Par ailleurs, l'approche proposée suppose une connaissance parfaite du canal qui n'est jamais

réellement vérifiée: ceci impose de futures études de robustesse des différentes stratégies en cas de connaissance imparfaite du canal et l'intégration de mécanismes de prédiction du canal quand le canal varie.

Chapitre 3

Des codes LDPC pour les systèmes de communications multimédia

Dans les chapitres précédents, nous nous sommes intéressés à l'allocation de ressources pour la transmission par paquets dans un système DS-CDMA dans le cadre de transmissions multimédia. Si nous nous sommes intéressés à l'émetteur dans son ensemble (étalements, codage et puissances d'émission) jusqu'à présent, nous allons nous préoccuper dorénavant de l'optimisation du bloc code de canal pour des applications de protection inégale contre les erreurs (*Unequal Error Protection*, UEP) et de décodage source-canal conjoint comme décrit dans notre chapitre introductif.

Les codes LDPC (Low-Density Parity-Check) étant référencés comme une famille de codes performants pouvant atteindre la capacité de certains canaux standards comme le canal binaire à effacement, ils constituent une alternative intéressante aux turbo-codes également très performants sur de nombreux canaux standards. Nous proposons de considérer cette famille de codes canal dans le cadre d'applications de protection inégale contre les erreurs ou de décodage source-canal conjoint. Ce choix est motivé par plusieurs facteurs :

- *Performances adaptées aux transmissions multimédia :*

Les codes LDPC, comme les turbo-codes, sont des codes à décodages itératifs performants permettant d'atteindre assez facilement, et ce pour une plage de rapports signaux à bruit assez importante, des probabilités d'erreur bit de l'ordre de $10^{-5} - 10^{-6}$, qui sont des probabilités requises pour des applications sensibles telles que la transmission d'images fixes ou de vidéos. La présence d'un entrelaceur nécessite toutefois la tolérance d'un certain délai par l'application. C'est donc naturellement que les codes LDPC peuvent être envisagés comme des candidats potentiels pour les applications multimédia au même titre que les turbo-codes.

- *Code systématique :*

Pour des applications de type multimédia, il est intéressant de pouvoir considérer un code systématique, *i.e.* un code où les bits d'information se retrouvent complètement parmi les bits du mot de code. L'intérêt est doublement pratique. Dans un premier cas, si on considère un échec du décodeur LDPC (convergence vers un mot qui n'est pas un mot du code), on veut être à même de pouvoir récupérer la partie systématique, même entachée d'erreurs. L'autre application est le cas de

décodeurs de source normalisés ou l'embarquement d'un code canal est optionnel (voir [114] pour un exemple de code embarqué dans JPEG2000). Prendre un code systématique est une garantie de transparence des données traitées par le décodeur source qui peut "ignorer" la partie redondance s'il n'est pas à même de l'exploiter. Il est tout à fait possible à partir d'une famille de codes LDPC de construire des codes LDPC systématiques.

- *Facilité de paramétrisation et d'optimisation :*

Comme nous le verrons dans la première partie de ce chapitre, un des grands avantages de cette famille de codes est la possibilité d'optimisation de ces codes en fonction des paramètres du canal et des spécifications de l'application. Cette capacité d'optimisation est rendue possible par la caractérisation explicite de l'état du décodeur au cours des itérations en fonction des paramètres du canal et des paramètres du système à la réception quand on considère une approche asymptotique (mot de code infiniment long). Ceci est un avantage sur des constructions de codes de type turbo-codes pour qui on ne peut pas formaliser le problème en fonction des paramètres du code, même si des méthodes asymptotiques simulées de type EXIT charts [158] existent. Cette construction nécessite une recherche exhaustive parmi un ensemble de codes. Pour les codes LDPC, nous verrons que cette recherche est inhérente au processus d'optimisation.

- *Un domaine encore peu exploré :*

Enfin, une raison plus pragmatique réside dans le fait que les études existantes, traitant de la pertinence de ce type de codes pour des systèmes multimédia, sont encore assez peu nombreuses en comparaison de celles impliquant des turbo-codes, et parmi ces dernières, les publications traitant de l'optimisation des codes ne sont pas nombreuses. Cela semble donc un domaine intéressant à explorer. En particulier, nous verrons que si les méthodes d'optimisation des codes LDPC poinçonnés pour les applications de protection inégale contre les erreurs commencent à se multiplier, l'optimisation de l'irrégularité inhérente des codes LDPC pour des applications de protection inégale contre les erreurs reste un problème peu abordé. De même, l'optimisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint est encore un problème, selon nos connaissances actuelles, non traité à ce jour.

L'organisation de ce chapitre est alors la suivante. Nous présenterons dans un premier temps les codes LDPC. Nous expliquerons la paramétrisation de ces codes, présenterons l'algorithme de décodage par propagation de croyance et introduirons les méthodes d'études asymptotiques. Ceci nous permettra de donner les principales caractéristiques de cette famille de code et nous verrons comment il est possible de réaliser une optimisation fonction des paramètres du code et du canal. Ensuite, nous nous attacherons à présenter la problématique des applications de protection inégale contre les erreurs et au travers d'une analyse de l'irrégularité d'un système de codage, nous montrerons que les codes LDPC apparaissent comme des codes pertinents pour ce type d'applications et nous verrons alors quelles sont les stratégies développées existantes et celles qui restent encore peu exploitées. En particulier nous verrons que l'optimisation des propriétés de protection inégale inhérentes, au sein d'un mot de code, est encore peu traitée. Nous étudierons ensuite la problématique liée au décodage source-canal conjoint. Après avoir distingué les

différents systèmes conventionnels composés de blocs de décodage souples itératifs, nous montrerons que, pour les systèmes multi-dimensionnels (dits "doublement" itératifs, *i.e.* composés de trois blocs de décodage souples ou assimilés), les codes LDPC apparaissent comme une famille de codes très pertinente pour l'optimisation de ce type de système grâce à leur facilité de paramétrisation.

3.1 De la paramétrisation à l'optimisation des codes LDPC : une introduction

3.1.1 Définitions, paramétrisation et notations usuelles

Les codes LDPC (Low-Density Parity-Check) sont, comme leur acronyme l'indique, des codes en blocs linéaires à faible densité, initialement introduits par Gallager [40] en 1963. De manière générale, un code LDPC dans $GF(Q)$ (avec $Q = 2^q$) est représenté par sa matrice de parité creuse H de taille $(N - K) \times N$ dont les éléments non nuls sont des éléments du corps de Galois $GF(Q)$. N est défini comme la longueur du mot de code, K le nombre de bits d'information associés à un mot de code, $M \geq N - K$ le nombre de bits de redondance et $R = K/N \geq 1 - M/N$ définit le rendement du code, l'égalité étant obtenue pour une matrice H de rang plein. Le code est alors défini comme l'ensemble des mots $\underline{m} \in GF(Q)^K$ vérifiant $H \cdot \underline{m} = \underline{0}$. Dans le cas $Q = 2$, nous retrouvons l'expression des codes LDPC binaires et leur description par des équations de parité. Pour les cas $Q > 2$, les codes appartiennent à la famille des codes LDPC non binaires [25]. Dans la suite nous ne considérerons que les codes LDPC binaires. Pour toutes ces familles de codes, la structure de la matrice peut être régulière ou irrégulière. Un code sera dit régulier si le nombre d'éléments par ligne (respectivement par colonne) est constant. Un code sera dit irrégulier s'il n'est, par définition, pas régulier. La figure 3.1 représente la description d'ensemble de la famille des codes LDPC et les différentes sous-familles référencées.

3.1.1.1 Définitions

Codes LDPC Réguliers

Un code LDPC régulier paramétré par le triplet (N, t_c, t_r) est défini par une matrice comportant exactement t_c (respectivement t_r) '1' par colonne (respectivement par la ligne). Le rendement est alors donné $R = K/N \geq 1 - t_c/t_r$, l'égalité étant obtenue pour une matrice H de rang plein. Notons que, si l'on considère la famille des codes LDPC réguliers de paramètres (N, t_c, t_r) , un code issu de cette famille est donné par une représentation particulière de la matrice de parité.

De manière équivalente, un code LDPC peut-être représenté par un graphe bi-nodal, communément appelé *graphe factoriel* [89] ou *graphe de Tanner* [140, 177], composés de deux types de noeuds : des *noeuds de donnée* représentant les bits du mot de code et les *noeuds de parité* représentant les fonctions de vérification de parités. Noeuds de donnée et de parité sont connectés entre eux par des branches qui indiquent à quelles équations de parité participent les différents noeuds de données et donc les bits associés. Ainsi le $c^{\text{ième}}$

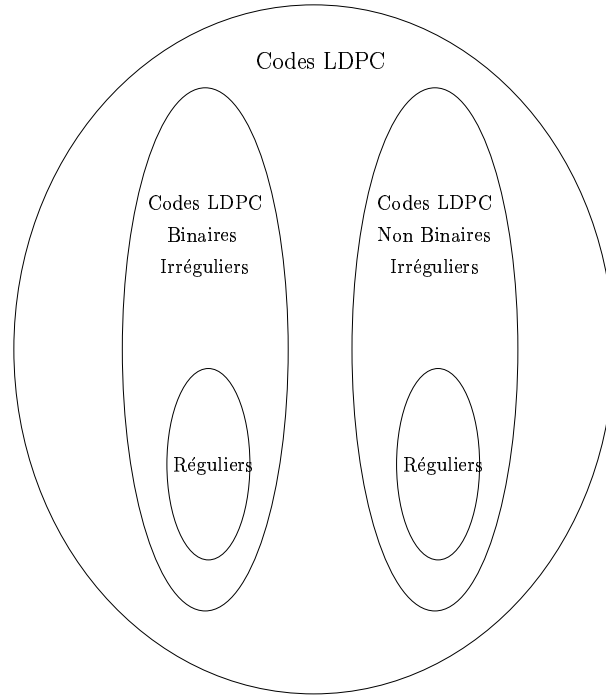


Fig. 3-1 – Ensemble des codes LDPC

noeud de donnée et le $l^{i\text{ème}}$ noeud de parité seront connectés si $H_{c,l} = 1$. On appellera *degré de connection* d'un noeud de donnée (*idem* pour un noeud de parité) le nombre de branches connectées à ce noeud. Un noeud sera dit de degré i s'il est connecté à i branches. La figure 3-2 nous donne la représentation d'un code régulier de paramètres $(N = 8, t_c = 2, t_r = 4)$. Les deux premières représentations sont les représentations équivalentes d'un code particulier à l'aide de sa matrice de parité et du graphe factoriel associé. Ce code est issu de la famille de codes paramétrés par $(N = 8, t_c = 2, t_r = 4)$ et dont la représentation est donnée par le troisième graphe de la figure 3-2. Un code correspond alors à une réalisation particulière de l'entrelaceur.

Codes LDPC Irréguliers

Un code est dit *irrégulier*, s'il n'est pas régulier. La paramétrisation usuelle des codes LDPC irréguliers est réalisée à l'aide des deux polynômes suivants :

- Polynôme associé aux noeuds de donnée :

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{t_{c \max}} \lambda_i x^{i-1}$$

où λ_i est la proportion de branches du graphe qui sont connectées à un noeud de donnée de degré i . $t_{c \max}$ est le nombre maximum de branches connectées à un noeud de donnée.

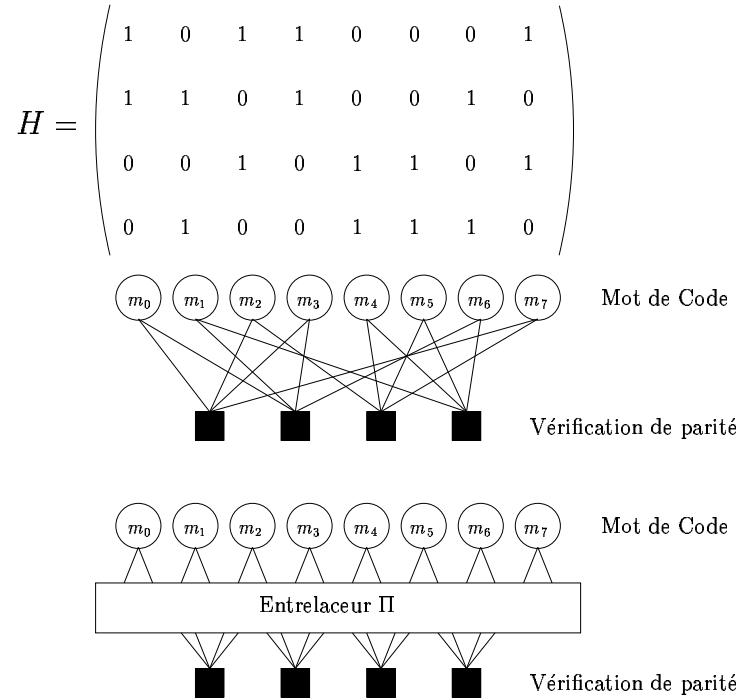


Fig. 3-2 – Représentation d’un code régulier de paramètres $(N, t_c, t_r) = (8, 2, 4)$. Le premier graphe représente un code particulier (une réalisation de l’entrelaceur) issu de la famille $(N = 8, t_c = 2, t_r = 4)$ représentée par le second graphe.

- Polynôme associé aux noeuds de parité :

$$\rho(x) = \sum_{j=2}^{t_r \max} \rho_j x^{j-1}$$

où ρ_j est la proportion de branches du graphe qui sont connectées à un noeud de parité de degré j . $t_r \max$ est le nombre maximum de branches connectées à un noeud de parité.

Ces deux quantités sont reliées par le rendement du code :

$$R = 1 - \frac{\sum_{j=2}^{t_r \max} \rho_j / j}{\sum_{i=2}^{t_c \max} \lambda_i / i}. \quad (3.1)$$

Il existe également une paramétrisation duale qui nous sera utile par la suite :

- Polynôme associé aux noeuds de données :

$$\tilde{\lambda}(x) = \sum_{i=2}^{t_c \max} \tilde{\lambda}_i x^{i-1}$$

où $\tilde{\lambda}_i$ est la **proportion de noeuds de donnée** du graphe de degré i .

- Polynôme associé aux noeuds de parité :

$$\tilde{\rho}(x) = \sum_{j=2}^{t_r \max} \tilde{\rho}_j x^{j-1}$$

où $\tilde{\rho}_j$ est la **proportion de noeuds de parité** du graphe de degré j .

Le passage de l'une à l'autre des représentations est alors assuré par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_i &= \frac{\lambda_i/i}{\sum_k \lambda_k/k} & \tilde{\rho}_j &= \frac{\rho_j/j}{\sum_k \rho_k/k} \\ \lambda_i &= \frac{i\tilde{\lambda}_i}{\sum_k k\tilde{\lambda}_k} & \rho_j &= \frac{j\tilde{\rho}_j}{\sum_k k\tilde{\rho}_k} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Ainsi une famille de codes irréguliers est paramétrée par le triplet $(N, \lambda(x), \rho(x))$. Ce type de représentation est une extension du cas régulier en terme de degrés de liberté. Le cas régulier est d'ailleurs un cas particulier de cette paramétrisation où $\lambda(x)$ et $\rho(x)$ sont mono-degré. La figure 3-3 donne une représentation graphique pour ce type de code. Le jeu de paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$ définit ce que l'on appelle le profil d'irrégularité du code suivant les colonnes et les lignes.

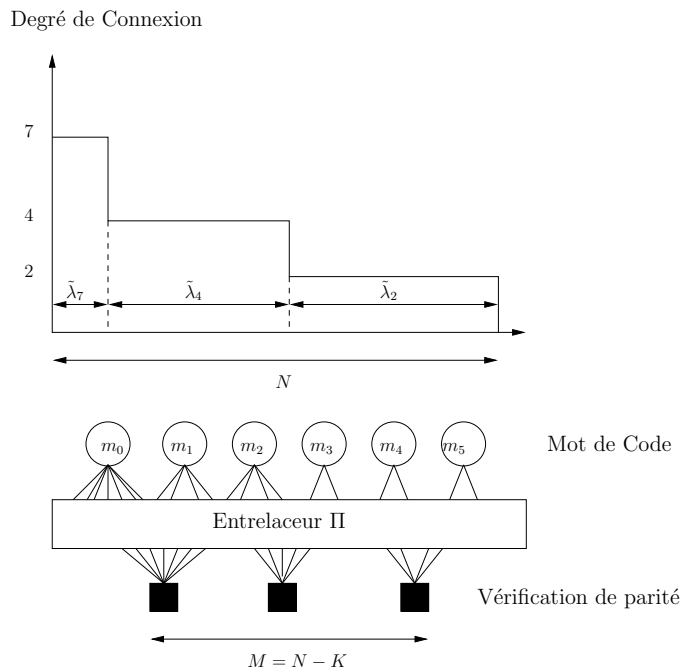


Fig. 3-3 – Représentation d'une famille de code irréguliers

Codage systématique des codes LDPC

Pour des raisons pratiques, il est souhaitable d'avoir des codes de type systématiques : les bits d'information se retrouvent complètement dans le mot de code. La construction d'une

matrice génératrice G à partir de la matrice de parité H n'est pas chose aisée, d'autant qu'il est difficile dans ce cas de garantir par construction le respect du profil assigné (en particulier si l'on doit distinguer bits d'information et bits de redondance).

Il est cependant possible de coder les mots de code à partir de la matrice de parité. Plusieurs méthodes existent garantissant le caractère systématique du codage. Cependant, la construction de telles matrices n'étant notre propos principal, nous considérerons la méthode la plus simple qui soit, qui est d'utiliser une matrice triangulaire supérieure pour H (cf. figure 3-4) comportant des "1" sur la diagonale : les bits d'information sont assignés à la partie non triangulaire et les bits de redondance sont calculés récursivement via les équations de parité et assignés à la partie triangulaire supérieure.

Dans la suite, nous ne considérerons que des matrices systématiques pour les matrices de taille finie.

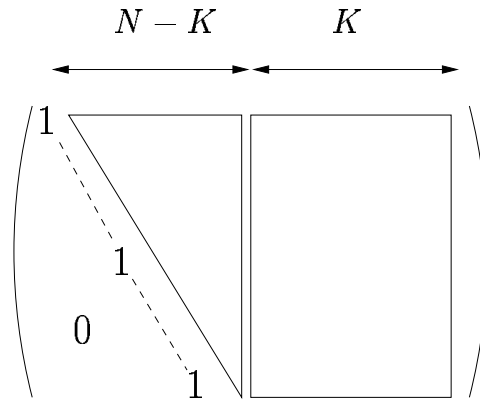


Fig. 3-4 – Une structure possible pour la matrice de parité d'un code systématique.

3.1.2 Décodage des codes LDPC par propagation de croyances

Si il est possible de décoder les codes LDPC au sens du maximum de vraisemblance [40], la complexité devient trop importante dès lors que l'on considère des mots de code de tailles significatives, hypothèse importante pour obtenir des performances convenables.

Ainsi [40], puis [140] proposèrent un algorithme sous-optimal fournissant de bonnes performances. Puis l'algorithme fut revu par [101] et par [89] dans le cas de graphes factoriels. On le retrouve dans la littérature sous les appellations suivantes : propagation de croyances (*Belief Propagation*, BP) ou algorithme Somme-Produit (*Sum-Product*). Comme son nom l'indique, cet algorithme propage le long des branches du graphe associé au code des messages, qui sont des probabilités ou les logarithmes des rapports de vraisemblance. A chaque branche sont associés deux messages, un dans chaque direction de propagation de l'information. Le principe de la propagation de croyance est l'application de la règle de Bayes localement (sur chaque bit du mot de code) et itérativement afin d'estimer les probabilités *a posteriori* de chaque bit. Il a été montré que sur un graphe sans cycle (le graphe est alors un arbre), la factorisation locale des règles de Bayes conduit au calcul exact des probabilités *a posteriori* des noeuds de données [89]. Dans ce cas, les messages transitant sur le graphe sont tous indépendants. Cependant, dans le cas de graphes avec cycles (ce

qui est le cas des codes LDPC), la dépendance des messages résultante ne permet plus d'assurer le calcul exact des probabilités *a posteriori*, ce qui induit une sous-optimalité de l'algorithme dans ce contexte. Cependant, plus le graphe sera creux, plus la dépendance entre les messages sera faible du fait de la diminution du nombre de cycles dans le graphe. Les messages transitant sur les branches du graphe sont généralement des probabilités. Cependant, on peut utiliser comme représentation des messages une représentation unidimensionnelle donnée par l'utilisation des log-rapports de vraisemblances (log likelihood ratio, LLR). Nous présentons maintenant l'algorithme de propagation de croyance en prenant une représentation à l'aide des LLR. Nous noterons $v = \log\left(\frac{p(y|c=0)}{p(y|c=1)}\right)$, le message de sortie d'un noeud de donnée et $u = \log\left(\frac{p(y'|c'=0)}{p(y'|c'=1)}\right)$ le message de sortie d'un noeud de parité.

Pour l'algorithme de propagation de croyance, chaque itération (l) de décodage est composée de deux étapes:

- Mise à jour des noeuds de donnée (pour un noeud de degré i) (cf. notations figure 3-5) :

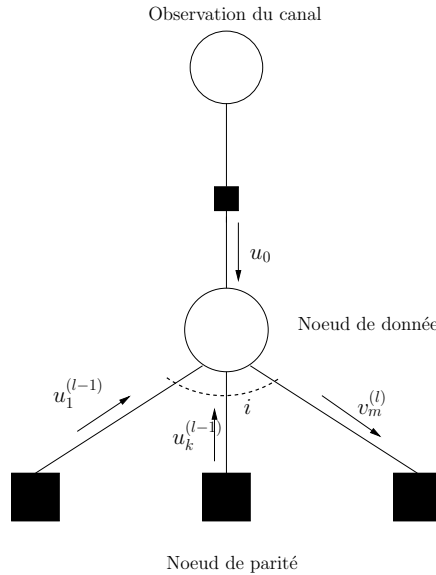


Fig. 3-5 – Mise à jour des noeuds de donnée

$$v_m^{(l)} = u_0 + \sum_{k=1, k \neq m}^i u_k^{(l-1)}, \forall m = 1 \dots i$$

v_m est le message (LLR) de la m -ième branche à la sortie d'un noeud de donnée. Les messages u_k sont les LLR à l'entrée d'un noeud de donnée et u_0 est le LLR de l'observation du canal. A la première itération, tous les messages $u_k^{(0)}$ sont nuls.

- Mise à jour des noeuds de parité (pour un noeud de degré j) (cf. notations figure 3-6):

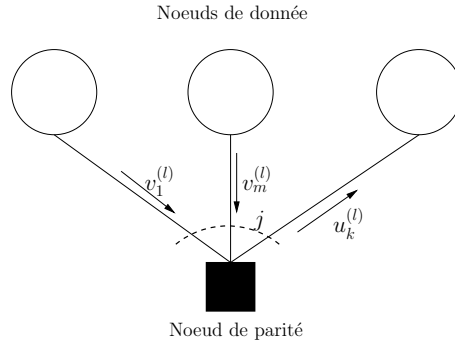


Fig. 3.6 – Mise à jour des noeuds de parité

$$\tanh \frac{u_k^{(l)}}{2} = \prod_{m=1, m \neq k}^j \tanh \frac{v_m^{(l)}}{2}, \forall k = 1 \dots j$$

u_k est le message (LLR) de la k -ième branche à la sortie d'un noeud de parité. Les messages v_m sont les LLR à l'entrée d'un noeud de parité.

Une itération de l'algorithme de propagation de croyance est réalisée lorsque tous les messages dans le graphe ont été calculés une fois à l'aide des équations précédentes. Après L itérations, pour la décision, il est possible de calculer le rapport *a posteriori* pour chacun des noeuds de donnée qui sera donné par

$$v_{\text{app},n} = u_0 + \sum_{k=1}^i u_k^{(L)}, \forall n = 1 \dots N$$

Et finalement la décision sur la valeur binaire est prise pour chaque noeud de donnée par

$$\hat{m}_n = \frac{1 - \text{sign}(v_{\text{app},n})}{2}, \forall n = 1 \dots N$$

3.1.3 Evolution de densité et approximation gaussienne

Nous discutons dans cette section de l'analyse et de l'optimisation des codes LDPC dans un cadre asymptotique quand l'algorithme de propagation de croyance est utilisé.

3.1.3.1 Evolution de densité

Dans [139, 138], les auteurs proposent une méthode générale permettant de prédire les performances asymptotiques des codes LDPC en terme de correction d'erreurs: les auteurs de [139] démontrèrent un théorème de concentration stipulant que les performances du décodeur sur un graphe aléatoire convergent vers sa performance moyenne lorsque la taille du mot de code est suffisamment grande. Ainsi, il n'est possible d'évaluer les performances des codes LDPC avec pertinence que dans le cas limite d'un mot de taille infinie. Dans ce cas, on peut considérer le graphe de taille infini du code comme un arbre (et donc un graphe sans cycle), ce qui permet de considérer l'ensemble des messages transitant

comme des messages indépendants. La méthode proposée par [139, 138], appelée **Evolution de Densité**, consiste à suivre l'évolution des densités de probabilité des différents messages se propageant dans le graphe lors de la propagation de croyance. Les messages sont supposés indépendants (le graphe est un arbre) et identiquement distribués. Supposant la transmission du mot de code $\underline{0}$, les auteurs calculèrent les équations d'évolution des densités au cours des itérations et leur analyse conduisit aux résultats principaux suivants quand on considère des canaux à entrées binaires et sorties symétriques (rappelons qu'un canal à entrée binaire $x = 0, 1$ est dit à sortie symétrique y si et seulement si $p(y|x = 0) = p(-y|x = 1)$):

- **Consistance**

Considérons la définition suivante :

Définition 1 Une densité de probabilité $f(x)$ est consistante (i.e. à symétrie exponentielle) si et seulement si

$$f(x) = e^x f(-x), \forall x \in \mathbb{R}$$

D'après [138], si le canal est un canal à entrée binaire et sortie symétrique, la densité des messages initiales est consistante au sens de la définition 1 [138, Proposition 1, p.629] et cette propriété est conservée au cours des itérations de décodage [138, Théorème, p.628].

- **Convergence**

En se basant sur les propriétés de conservation de la consistance, [138, Théorème 7 et 8] montrent que la probabilité d'erreur $P_e^{(l)}$ est une fonction décroissante de l au sens large et que cette probabilité tend vers zéro si et seulement si la densité des messages tends vers Δ_∞ (densité de probabilité "masse de Dirac à l'infini") pour une infinité d'itérations de décodage.

- **Condition de Stabilité**

En analysant la convergence par l'évolution de densité, [138, Théorème 5, p.630] montre que l'étude de la stabilité au voisinage du point fixe permet de déterminer une condition nécessaire sur les paramètres des codes afin d'assurer la convergence vers zéro de la probabilité d'erreur. Ainsi en notant $S = \int_{\mathbb{R}} f_0(x)e^{-x^2/2} dx$, où $f_0(\cdot)$ est la densité consistante initiale des messages, et en considérant $\lambda'(x)$ et $\rho'(x)$ les dérivées usuelles des polynômes d'irrégularité $\lambda(x) = \sum_{i=2}^{t_c \max} \lambda_i x^{i-1}$ et $\rho(x) = \sum_{j=2}^{t_r \max} \rho_j x^{j-1}$, si $\lambda'(0)\rho'(1) < S^{-1}$, alors la probabilité d'erreur convergera vers zéro, sinon elle sera bornée au-dessus de zéro. Cette condition de stabilité donne en particulier une borne supérieure sur le paramètres λ_2 .

L'étude des codes LDPC par évolution de densité permet de montrer, quand on considère un décodage par propagation de croyance, que ces codes exhibent un comportement dit "à seuil". Il existe un seuil optimal δ^* en deçà duquel probabilité d'erreur bloc d'un mot de code de taille infinie et de paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$ converge vers zéro pour un nombre infini d'itérations. Dans le cas du canal BABG, le seuil optimal est exprimé par le rapport signal sur bruit optimal $\delta^* = (E_b/N_0)^*$. Ce seuil permet alors de comparer les performances asymptotiques des codes LDPC décodés par propagation de croyance

avec la limite théorique de Shannon et déterminer ainsi quelles sont a priori les meilleures familles de codes pour un canal donné.

Cet algorithme fut mis en oeuvre dans [138] pour la caractérisation et l'optimisation des codes LDPC pour des canaux instantanés symétriques à entrées binaires. Il fut ainsi utilisé pour l'optimisation des paramètres des codes LDPC pour ces différents canaux par recherche du code ayant les meilleurs seuils de convergence pour un rendement donné.

3.1.3.2 Approximation gaussienne : évolution de l'information mutuelle

Nous nous intéressons à présent à l'étude asymptotique des codes LDPC sur canal BABG, canal de transmission que nous privilégierons dans les prochains chapitres de ce document. L'algorithme d'évolution de densité introduit par [139, 138] étant assez complexe dans sa mise en oeuvre, une version simplifiée fut introduite par Chung [23] dans le cadre de communications sur le canal BABG. [23] modélise les densités des différents messages par une gaussienne (resp. un mélange de gaussienne) pour un code régulier (resp. pour un code irrégulier). Utilisant la propriété de consistance des messages au cours des étapes de décodage par propagation de croyance, cette approximation permet de réduire l'étude asymptotique du décodage par propagation de croyance à l'étude d'un seul paramètre au cours des itérations.

Ce type d'approximation des densités à été préalablement introduit pour l'étude asymptotique, l'analyse de convergence et la construction de turbo-codes, en particulier les travaux sur les EXIT charts de Ten Brink pour les turbo-codes parallèles [158] et série [156, 160] et d'El Gamal [41] pour les turbo-codes série. Cette approche, étendue ensuite à l'étude et à la conception de toutes sortes de systèmes itératifs parallèle ou série (comme par exemple la turbo égalisation [154], la turbo-démodulation [157], ou le décodage source-canal conjoint [60]) se base sur une modélisation de l'information extrinsèque, en entrée d'un bloc de récepteur itératif turbo, par une gaussienne consistante de loi normale $\mathcal{N}(m, 2m)$. Comme il est difficile dans de nombreux systèmes de déterminer explicitement les lois de mise à jour des densités de probabilités, la relation entrée-sortie (qui peut concerner différents paramètres unidimensionnels, voir [155]) d'un bloc de décodage sous approximation gaussienne est alors déterminée par des simulations de Monte-Carlo. Notons ici que cette étude revient à une étude asymptotique puisque réaliser une étude par simulations de Monte-Carlo ou considérer un mot de code infini reste équivalent (recherche d'un comportement "moyen").

L'avantage des codes LDPC est, on le verra, que l'on peut donner une relation explicite, fonction des paramètres du code LDPC et du canal, entre l'état du paramètre d'étude à l'itération $l+1$ et l'état à l'itération l . Basé sur une observation des densités des messages, [23] a donc proposé de modéliser les densités des messages u des noeuds de parité et celles des messages v des noeuds de donnée par des densités gaussiennes consistantes. Notons que si cette approximation semble adaptée pour les messages issus des noeuds de données, celle-ci est plus discutable pour les messages issus des noeuds de parités.

On considérera donc un système de transmission utilisant une modulation de type BPSK et communicant sur un canal BABG. Le bruit est un bruit blanc gaussien centré de variance σ^2 . Le mot de code envoyé sera le mot de code $\underline{0}$. Le message initial u_0 (LLR de l'observation) est alors gaussien de loi normale $\mathcal{N}(2/\sigma^2, 4/\sigma^2)$, qui est une densité consis-

tante (au sens de [138], *i.e.* une symétrie exponentielle). Ceci est un cas particulier de [138, Proposition 1, p.629]. Or d'après [138, Théorème 3, p.629], le canal étant un canal sans mémoire à entrée binaire et sortie symétrique, la propriété de consistance est conservée au cours des itérations de l'algorithme de propagation de croyance. Si nous voulons modéliser les densités des messages comme des gaussiennes, celles-ci doivent satisfaire à la condition de consistance. Une densité gaussienne de moyenne m et de variance σ^2 est consistante si et seulement si $\sigma^2 = 2m$. Ainsi, suivre l'évolution des densités des différents messages peut se réduire à l'évolution d'un paramètre unique, qui a été choisi comme étant la moyenne des messages par [23]. Considérant toujours une approximation gaussienne sur la densité des messages, une approche alternative à l'évolution de la moyenne des messages consiste à suivre l'évolution de l'information mutuelle d'un canal virtuel BABG dont la sortie serait le message v à la sortie d'un noeud de donnée (resp. u à la sortie d'un noeud de parité). Il a été montré, dans [155] pour les systèmes de type turbo et [143] pour les codes IRA, que cette mesure de convergence permettait une bonne prédiction des performances.

Information mutuelle pour un canal gaussien consistant

Si nous considérons un message $v \sim \mathcal{N}(\pm m, 2m)$ considéré comme la sortie d'un canal gaussien à entrée binaire, l'information mutuelle associée est donnée par :

$$x_v = \frac{1}{2} \sum_{c=\pm 1} \int_{\mathbb{R}} f(v|c) \log_2 \left(\frac{2f(v|c)}{f(v|c=+1) + f(v|c=-1)} \right) dv$$

En utilisant la symétrie du canal, *i.e.* $f(v|c=-1) = f(-v|c=+1)$, puis la propriété de consistance de la densité $f(-v|c=+1) = f(v|c=+1)e^{-v}$, il vient

$$\begin{aligned} x_v &= \int_{\mathbb{R}} f(v|c=+1) \log_2 \left(\frac{2f(v|c=+1)}{f(v|c=+1) + f(v|c=-1)} \right) dv \\ &= \int_{\mathbb{R}} f(v|c=+1) \log_2 \left(\frac{2f(v|c=+1)}{f(v|c=+1)(1 + e^{-v})} \right) dv \\ &= 1 - \int_{\mathbb{R}} f(v|c=+1) \log_2 (1 + e^{-v}) dv \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi m}} \int_{\mathbb{R}} \log_2(1 + e^{-v}) \exp\left(-\frac{(v-m)^2}{4m}\right) dv = J(m) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Nous obtenons l'expression de $J(\cdot)$, la fonction information mutuelle, qui lie l'information mutuelle d'un canal Gaussien consistant à la moyenne des messages de densité $\mathcal{N}(m, 2m)$. L'expression (3.3) peut alors être réécrite de la façon suivante :

$$J(m) = 1 - \mathbb{E}_x(\log_2(1 + e^{-x})), \quad x \sim \mathcal{N}(m, 2m) \quad (3.4)$$

$J(\cdot)$ étant continue et strictement monotone, la fonction $J^{-1}(\cdot)$ existe et donne le passage de l'information mutuelle vers la moyenne des messages. Notons que l'expression est linéaire en la densité $f(v|c=+1)$. Ainsi si cette densité est une somme pondérée de densités consistantes, l'information mutuelle résultante sera une somme pondérée des informations mutuelles associées à chaque densité consistante de cette somme.

Equations d'évolution

Utilisant la définition précédente, en notant $x_{cv}^{(l)}$ (resp. $x_{vc}^{(l)}$) l'information mutuelle associée aux messages issus des noeuds de parité (resp. issus des noeuds de données), nous avons [27] :

- Mise à jour des noeuds de donnée :

$$x_{vc}^{(l)} = \sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i \mathbf{J} \left(\frac{2}{\sigma^2} + (i-1) \mathbf{J}^{-1}(x_{cv}^{(l-1)}) \right) \quad (3.5)$$

- Mise à jour des noeuds de parité :

$$x_{cv}^{(l-1)} = 1 - \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j \mathbf{J} \left((j-1) \mathbf{J}^{-1}(1 - x_{vc}^{(l-1)}) \right) \quad (3.6)$$

Ces équations, fonctions des paramètres $\lambda(x)$ et $\rho(x)$, résultent de la moyenne des informations mutuelles provenant des noeuds de données (resp. de parité) en sortie d'entrelaceur. Comme le montrent les équations (3.6) et (3.5), l'EXIT chart du code LDPC, résultant de la combinaison de ces deux dernières, est une fonction explicite *non linéaire* des paramètres du code ($\lambda(x), \rho(x)$) et des paramètres du canal (variance du bruit σ^2). Cette non linéarité peut conduire à des méthodes d'optimisation non linéaires conjointes des paramètres ($\lambda(x), \rho(x)$), parfois complexes à mettre en oeuvre quand on cherche à optimiser la structure du code pour un canal particulier. Cependant, la combinaison des équations (3.6) et (3.5), en considérant $\rho(x)$ fixé, donnent une EXIT chart du code LDPC qui devient linéaire en le paramètre $\lambda(x)$, simplifiant alors l'étude et l'optimisation de ces codes :

$$x_{vc}^{(l)} = F(\underline{\lambda}, x_{vc}^{(l-1)}, \sigma^2) \quad (3.7)$$

où $\underline{\lambda} = [\lambda_2, \dots, \lambda_{t_{c\max}}]^\top$. Ainsi, la stratégie la plus répandue est de considérer dans un premier temps $\rho(x)$ fixé. Puis, une fois le résultat de l'étude ou de l'optimisation obtenu, on fait varier de nouveau $\rho(x)$ et on réitère le procédé. Une façon pertinente de fixer $\rho(x)$ est de réduire ce polynôme à un polynôme avec deux degrés voisins $\rho(x) = \rho_j x^{j-1} + (1 - \rho_j) x^j$. [22] a montré que ces polynômes étaient de bons candidats, notamment car ils assurent une convergence rapide [22, p. 25] (ce type de remarque est valide aussi pour le canal binaire à effacement [100]). Le paramètre d'optimisation sur $\rho(x)$ est alors réduit au degré moyen des noeuds de parité $\bar{\rho}$.

Pour un code LDPC paramétré par $(\lambda(x), \rho(x))$ fixés, le seuil de convergence est alors défini comme le plus petit E_b/N_0 au-dessus duquel la probabilité d'erreur mot est nulle, *i.e.* $x_{vc}^{(l)} \rightarrow 1$ quand $l \mapsto +\infty$ (le canal virtuel équivalent sur les messages v est un canal non bruité).

Condition de stabilité

Dans le cadre de l'évolution de l'information mutuelle sous approximation gaussienne, il est possible de dériver la *condition de stabilité* [138] au voisinage du point fixe. Comme

pour le cas de l'évolution de densité, cette condition est essentielle car elle contrôle le comportement de l'évolution de l'information mutuelle quand la probabilité d'erreur est proche de zéro (ou de manière équivalente quand $x_{vc}^{(l)}$ est proche de 1). Nous nous proposons de donner le petit résultat original suivant, qui est identique au résultat produit par Roumy [143, théorème 2, p. 1718] pour les codes IRA (*Irregular Repeat-Accumulate Codes*).

Proposition 2 *La condition de stabilité sous approximation gaussienne et évolution de l'information mutuelle est identique à celle obtenue par évolution de densité et est donnée par :*

$$\lambda_2 < \lambda_2^* = \frac{1}{\sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$$

Preuve :

Cette condition de stabilité résulte de l'étude du point fixe $x = 1$ de l'équation 3.7. Le point considéré est un point fixe stable si $F'(\underline{\lambda}, 1, \sigma^2) < 1$ [143]. Comme nous raisonnons à $\underline{\lambda}$ et σ^2 fixés, nous omettons cette dépendance dans la fonctionnelle $F(\cdot)$. Ainsi, nous nous intéressons à résoudre $F'(1) < 1$.

La dérivée de $F(x)$ au point fixe $x = 1$ est donnée par

$$\frac{dF}{dx}(1) = \sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i(i-1) \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\frac{2}{\sigma^2} + (i-1)\mu)}{J'(\mu)} \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1) \quad (3.8)$$

avec

$$\mu = J^{-1}\left(1 - \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j J((j-1)J^{-1}(1-x))\right).$$

Utilisant un résultat fourni par Roumy [143, pp. 1724–1725] sur la dérivée de la fonction $J(\cdot)$, pour μ grand, nous avons

$$J'(\mu) \sim \log_2(e) \frac{\sqrt{\pi} e^{-\frac{\mu}{4}}}{4 \sqrt{\mu}}. \quad (3.9)$$

Il vient alors

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu)}{J'(\mu)} &= \lim_{\mu \rightarrow +\infty} e^{-\frac{(\mu_0 + (i-2)\mu)}{4}} \sqrt{\frac{\mu}{\mu_0 + (i-1)\mu}} \\ &= \begin{cases} e^{-\frac{\mu_0}{4}} & , i = 2 \\ 0 & , i \geq 3 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Finalement, en substituant (3.10) dans (3.8), il ne reste qu'un seul terme non nul associé au degré 2 et ainsi

$$\frac{dF}{dx}(1) \sim \lambda_2 \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1) e^{-\frac{1}{2\sigma^2}}. \quad (3.11)$$

Ainsi, nous obtenons la contrainte suivante sur la proportion de noeuds de degré 2 pour $\rho(x)$ donné :

$$\lambda_2 < \lambda_2^* = \frac{1}{\sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}} \quad (3.12)$$

Cette condition est strictement équivalente à la condition de stabilité obtenue par évolution de densité donnée par [138] pour le canal gaussien. ■

Dans le cadre de l'approximation gaussienne et évolution de la moyenne, nous avons le résultat suivant (voir [22] pour une démonstration complète) :

Proposition 3 *La condition de stabilité sous approximation gaussienne et évolution de la moyenne est moins contraignante que celle obtenue par évolution de densité et est donnée par*

$$\lambda_2 < \lambda_2^* = \frac{1}{\sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j^{(j-1)}} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$$
■

Comme nous pouvons le voir, la condition de stabilité fournie par l'évolution de la moyenne est moins contraignante que celle de l'évolution de densité ou de la l'information mutuelle.

3.1.4 Optimisation de codes LDPC sur canaux standards et non standards

3.1.4.1 Optimisation pour le canal BABG : un exemple de formalisation

Dans cette partie, nous attacherons à présenter le problème d'optimisation des codes LDPC dans le cas de l'évolution de l'information mutuelle afin de servir d'exemple de formalisation du problème d'optimisation de la structure des codes LDPC pour un canal donné. Un des critères d'optimisation les plus utilisés est la minimisation du seuil de convergence optimal δ^* d'un code LDPC de rendement R dont la définition est donnée par

$$\delta^* = \arg \min_{\sigma^2} \left\{ \frac{1}{2R\sigma^2} | F(\underline{\lambda}, x, \sigma^2) > x, \quad \forall x \in [0, 1] \right\} \quad (3.13)$$

Pour simplifier l'optimisation qui dépend des paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$, on peut se contenter d'optimiser dans un premier temps $\lambda(x)$ pour $\rho(x)$ fixé. L'optimisation est réalisée alors en deux temps :

- **Maximisation du rendement pour $\rho(x)$ et σ^2 fixés :**

La fonction de coût la plus utilisée dans la littérature consiste à maximiser le rendement de codage R . Cette stratégie permet alors d'écrire le problème d'optimisation sous une forme linéaire (fonction de coût et contraintes deviennent linéaires en $\lambda(x)$)

que l'on peut résoudre par programmation linéaire. Pour une valeur de la puissance de bruit σ^2 et $\rho(x)$ donnés, on cherche $\lambda(x)$ qui maximise le rendement de codage. Nous notons $\underline{\lambda} = [\lambda_2, \dots, \lambda_{t_{c\max}}]^\top$, $\underline{1/t_c} = [1/2, \dots, 1/t_{c\max}]^\top$. Le problème d'optimisation s'écrit alors pour $\rho(x)$ et σ^2 donnés de la façon suivante :

$$\underline{\lambda}_{opt} = \max_{\underline{\lambda}} \underline{1/t_c}^\top \underline{\lambda} \quad (3.14)$$

sous les contraintes :

[C₁] Contrainte de mélange :

$$\underline{\lambda}^\top \underline{1} = 1$$

[C₂] Contrainte de proportion :

$$\lambda_i \in [0, 1] \quad \forall i = 2 \dots t_{c\max}$$

[C₃] Contrainte de convergence :

$$F\left(\underline{\lambda}, x, \frac{2}{\sigma^2}\right) > x \quad \forall x \in [0, 1]$$

[C₄] Condition de stabilité :

$$\lambda_2 < \frac{1}{\sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$$

Le rendement R est donné par

$$R = 1 - \frac{\sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j/j}{\sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i/i} \quad (3.15)$$

Si $\rho(x)$ est fixé, alors, maximiser le rendement est donc bien équivalent à maximiser $\sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i/i$ qui nous donne la fonction de coût utilisée. La contrainte [C₃] est bien linéaire selon l'équation (3.5)).

- **Minimisation du seuil :**

En utilisant l'étape précédente, on recherche pour $\rho(x)$ fixé, la valeur maximale σ^2 pour laquelle on atteint le rendement cible R qui nous donne alors la valeur $\delta_\rho = 1/(2R\sigma^2)$. Il reste maintenant à réaliser cette optimisation pour différentes valeurs de $\rho(x)$ et choisir le couple solution $(\lambda(x), \rho(x))$ qui minimise la valeur du seuil δ_ρ . Le paramètre d'optimisation sur $\rho(x)$ est alors réduit au degré moyen des noeuds de parité $\bar{\rho}$ si on considère des degrés concentrés sur deux degrés voisins comme proposé au paragraphe 3.1.3.2.

On peut alors montrer que, dans le cas de l'évolution de l'information mutuelle, il existe une valeur $\bar{\rho}_{opt}$ pour laquelle le seuil de convergence est minimisé [27] pour $t_{c\max}$ donné. Cette valeur de seuil diminue lorsque $t_{c\max}$ croît et $\bar{\rho}_{opt}$ croît également (voir illustration figure 3.7).

A titre d'exemple, nous donnons le profil d'un code optimisé pour le canal BABG de rendement $R = 1/2$, $\bar{\rho} = 8.95630$ et $t_{c\max} = 30$ utilisé dans le chapitre suivant :

$$\begin{aligned} \lambda(x) &= 0.2114x + 0.1945x^2 + 0.0541x^4 + 0.0087x^6 + 0.1587x^7 + 0.2943x^{29} \\ \rho(x) &= 0.0437x^7 + 0.9563x^8 \end{aligned}$$

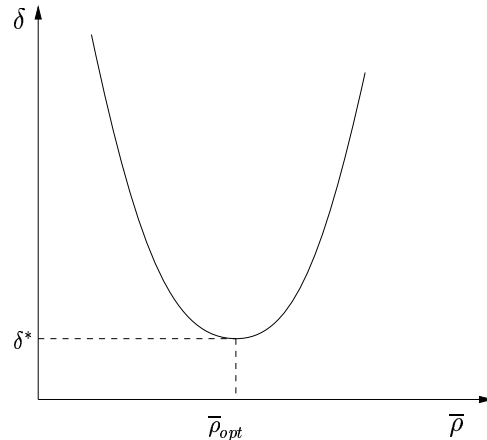


Fig. 3.7 – Une illustration de l'évolution du seuil de convergence en fonction de $\bar{\rho}$ pour une valeur de $t_{c\max}$ donnée.

3.1.4.2 Optimisation sur d'autres canaux standards et non standards

Nous venons de présenter une méthode d'optimisation pour le canal BABG. Cette optimisation fut conduite en parallèle pour l'ensemble des autres canaux standards tels que le canal à effacement (*Binary Erasure Channel*, BEC), le canal Binaire Symétrique (*Binary Symmetric Channel*, BSC), le canal de Laplace ou les canaux de type Rayleigh. Ainsi [139, 138] traite de l'optimisation des canaux BEC, BSC, Laplace et BABG dans le cadre général de l'étude des canaux à entrées binaires et sorties symétriques. [106, 115] traitent en particulier le cas du canal à effacement. [55] s'intéresse à l'optimisation de codes LDPC pour des canaux BABG avec effacement dans le cadre de canaux pour les enregistrements magnétiques. Ce modèle est à la base de l'optimisation des codes LDPC poinçonnés [56]. Enfin [68] s'intéresse quant à lui au canal de Rayleigh.

Outre ces travaux sur des canaux instantanés et stationnaires, l'étude et l'optimisation des codes LDPC s'étend depuis peu à d'autres types de canaux dits non standards comme par exemple les canaux à accès multiple, les transmissions multiporteuses ou les canaux à mémoire ainsi qu'à des systèmes à forte efficacité spectrale (type codage multiniveaux). Ces canaux ayant tous une structure particulière spécifique, l'extension des méthodes pour les canaux standards n'est pas directement possible et ceci a justifié le développement de méthodes d'optimisation spécifiques aux canaux précédemment cités. L'idée fédératrice reste l'adaptation et l'optimisation de la structure du code LDPC afin d'approcher au plus près la capacité du système considéré. Ceci passe toujours par une modélisation analytique ou semi-analytique du système en fonction des paramètres du canal et du code LDPC. Nous présentons maintenant donc brièvement quelques canaux pour lesquels furent développés des méthodes spécifiques d'optimisation.

- Les techniques de codage multiniveaux (multilevel coding, MLC) et modulations codées par bit entrelacées (Bit-Interleaved Coded Modulation, BICM) furent proposées afin de réaliser des transmissions performantes à forte efficacité spectrale. Il fut prouvé dans [19, 175] qu'il était possible d'achever la capacité du canal par une sélection appropriée des codes utilisés. Ainsi, [69] proposa différentes méthodes

pour l'optimisation des systèmes MLC et BICM en utilisant des codes LDPC comme codes composants, permettant ainsi d'approcher la capacité de Shannon. La difficulté résidait dans le fait que les canaux à entrée binaire équivalents associés à chaque code constituant n'étaient pas nécessairement symétriques (contrairement aux canaux standards).

- L'optimisation de codes LDPC dans le cadre d'un système multi-émetteurs et multi-récepteurs (*Multiple Input Multiple Output*, MIMO) fut proposée par [161] pour des canaux à évanouissements et pour un canal connu à l'émetteur. Considérant un récepteur composé d'un détecteur MIMO et d'un code de canal de type LDPC, les auteurs montrent qu'il est alors possible d'atteindre la capacité de ce système par optimisation de la structure du code. Cette optimisation se fait en adaptant la fonction de transfert de l'information mutuelle entre le détecteur MIMO et le code LDPC. Ceci revient en fait à adapter la structure du code LDPC à la fois au canal et au type de détecteur considéré.
- Pour les communications à accès multiples par répartition par codes, [59] montre l'intérêt de considérer la détection multi-utilisateurs et le décodage canal de manière jointe en réception de manière à obtenir un récepteur optimal. Ainsi, [4, 26] ont montré qu'il est possible d'effectuer conjointement la séparation des utilisateurs et le décodage des codes au moyen de codes LDPC. L'utilisation distincte de l'étalement et du codage canal sont alors réduite à la simple utilisation par l'utilisateur d'un code LDPC binaire qui lui est assigné à l'émission. En réception, on réalise alors le décodage simultané de tous les codes LDPC. Une méthode d'optimisation dans le cas deux utilisateurs est proposée dans [142].
- L'optimisation des codes LDPC pour les canaux à mémoires à sortie binaires (Gilbert-Elliott) et les canaux de types markoviens est réalisée par Eckford [33, 34]. Il développe ainsi une technique d'évolution de densité approximée, spécifique à ce type de canaux.
- Pour les canaux à mémoire à sortie continue, il existe aussi de nombreuses contributions qui cherchent à optimiser la structure du code au canal de transmission. Ainsi pour des systèmes d'enregistrement magnétique, [149] et [96] étudièrent les performances des codes LDPC pour ce type de système et [111, 167] proposèrent des méthodes d'optimisation des codes LDPC pour des canaux sélectifs en fréquence. L'algorithme d'évolution de densité semi-analytique fut développé dans [82]. Notons que l'étude et l'optimisation des codes LDPC pour ce type de canal est identique à l'étude et l'optimisation d'un système en turbo-égalisation employant un détecteur ou égaliseur suivi d'un décodeur de canal LDPC.
- L'étude de l'optimisation des codes LDPC pour les transmissions multiporteuses fut traitées dans [102, 103]. L'évolution de densité pour les transmissions multiporteuses est dérivée et une méthode d'optimisation des codes LDPC est proposée, permettant d'adapter le profil du code à la sélectivité du canal. De plus, l'allocation des bits sur les différentes sous-porteuses est discutée.

3.2 Des codes LDPC pour protection inégale contre les erreurs

Après avoir présenté la famille des codes LDPC, nous nous intéressons à l'intérêt de l'utilisation de ces codes dans des problématiques de transmission multimédia. Dans cette section, nous nous intéressons au problème classique de protection inégale contre les erreurs des données multimédia. Après avoir présenté les fondements et les enjeux de cette stratégie de codage, nous présenterons les différentes méthodes qui permettent d'obtenir de l'irrégularité dans un système de codage afin de pouvoir mettre en oeuvre par la suite une stratégie de protection inégale contre les erreurs. Cette brève étude nous permettra alors de voir que les codes LDPC sont des candidats assez polyvalents pour ce type de stratégies.

3.2.1 Problématique

3.2.1.1 Contexte

Nous nous plaçons au niveau de l'émetteur sur le bloc de codage canal. Nous considérons la transmission d'un support multimédia tel que la voix, une image fixe ou de la vidéo. Ce type de support a ceci de particulier que pour un flux de données, la sensibilité aux erreurs de transmission des données de ce flux n'est pas homogène. Ceci est dû au fait qu'un système de compression ne se limite pas à l'émission d'un train binaire de bits indépendants équidistribués. Un système de compression génère un flux de données compressées ("codestream") structuré et hiérarchisé qui contient à la fois :

- *la description du média* : ceci englobe le type de compression, les paramètres de la compression. Ce type de données est contenu dans un ou plusieurs champs sémantiques appelés *en-têtes*.
- *les données de contrôle de la structure* : ce sont des marqueurs de synchronisation du "codestream", de position ou d'indexation.
- *les données compressées* : ce sont les données issues d'un codeur entropique intervenant en fin de chaîne de compression du signal. Cela correspond aux coefficients d'un codeur de parole, aux textures d'une image ou aux vecteurs de mouvements et textures d'une vidéo.

Ceci forme un tout cohérent et permet en réception de reconstruire le signal original. Ainsi, il apparaît évident qu'une erreur sur les en-têtes peut être catastrophique quant à la capacité du récepteur à recouvrir le signal original puisque que les paramètres de reconstruction nous échappent. De même, des erreurs sur les données de contrôles peuvent avoir une influence sur l'interprétation des données en réception. Et des erreurs sur le signal compressé engendrent évidemment une erreur de reconstruction. Fort de ce constat, il apparaît donc clairement que le "codestream" est un flot de données qui va se comporter différemment suivant la localisation des erreurs de transmission. Si la classification en-têtes/données compressées est directe, on peut également distinguer des *classes de sensibilité* parmi les données compressées, en fonction des systèmes de compression considérés et des stratégies de compression désirées. Ainsi pour la vidéo, il apparaît que la présence

d'erreurs de transmission sur les vecteurs de mouvement est plus dommageable que sur la partie texture. De même, quand on considère la compression d'image fixe, des erreurs sur les parties du "codestream" qui sont associées à des coefficients spectraux "basse fréquence" (composante continue) auront a priori plus d'impact que sur les coefficients "hautes fréquences" (associés généralement aux détails). Les données de contrôle sont elles généralement partie intégrante des données compressées et sont difficilement dissociables en terme de protection des données auxquelles elles sont rattachées. Ces structures de contrôle sont néanmoins fort utiles dans le cas des décodeurs robustes qui les utilisent pour détecter et corriger si possible des erreurs et éviter ainsi toute erreur fatale au décodeur (crash au décodage).

Ainsi, pour chaque système de compression, on peut a priori déterminer un ensemble de classes de sensibilité aux erreurs de transmission qui est fonction de l'impact des erreurs sur ces classes. Les études sur la sensibilité aux erreurs des données compressées étant nombreuses et variées pour chaque système de compression considéré, on pourra par exemple se référer à [132, 123] pour une étude de la sensibilité du dernier standard d'image fixe JPEG2000 [2].

Nous tenons à distinguer deux types de classification possibles des données pour un système qui nous seront utiles par la suite :

- Une classification explicite : les données du "codestream" sont partitionnées et regroupées en classe de sensibilité connues et cette classification intervient dans la structure. Ceci est le cas quand on considère des systèmes de *data partitionning* qui par exemple regroupent pour la vidéo d'une part les en-têtes, puis collectent les vecteurs de mouvement et enfin les données de texture. Un autre exemple est le cas de codage de source prioritaire, où une partie de la source est prioritaire par rapport à l'autre. La transmission progressive avec un nombre fixe de classes et la connaissance a priori des ratios de compression de ces classes intervient aussi dans cette catégorie.
- Une classification implicite : les données ne sont pas classifiées ou partitionnées (aucune information a priori sur la structure), mais la classification est inhérente à la méthode de compression. Ce cas est représentatif d'une transmission d'une image où seul le caractère progressif de la transmission est connu. Ainsi tous les bits au début du "codestream" sont associés aux basses résolutions (la partie la plus sensible) et les derniers aux hautes résolutions (partie les moins sensibles). Le nombre de couches qualité est a priori non connu.

3.2.1.2 Motivations

Ainsi comme nous venons de le voir, il apparaît nécessaire de prendre en compte la sensibilité et structure de la source afin de pouvoir minimiser l'impact des erreurs. Ceci est réalisé via la mise en oeuvre de stratégies de protection inégale contre les erreurs, qui reviennent à des problèmes d'allocations de ressources. Ces approches peuvent être de deux types. Des approches tandem (disjointes) où l'on cherche à optimiser l'irrégularité fournie par le code canal en fonction des paramètres a priori de la source sans toucher à la structure de la source. Et des approches conjointes qui sont du ressort du codage source

canal conjoint (CSCC). Dans ce document, indépendamment des stratégies de protection inégale contre les erreurs considérées, nous nous intéressons uniquement à la mise en oeuvre de l'irrégularité et à son optimisation dans le système de codage canal.

Un codage uniforme apparaît dès lors fortement sous optimal puisque, pour un rendement fixé, jouer sur l'irrégularité de codage permettrait de prendre en compte la sensibilité de chaque partie du flux de donnée et ainsi d'améliorer les performances en réception. Ceci motive donc l'étude de l'irrégularité dans un système de codage.

3.2.2 De l'irrégularité dans un système de codage

Comme nous venons de le voir, la problématique de la protection inégale contre les erreurs consiste à adapter le codage canal à la sensibilité des données. Cette possible adaptation suppose donc une certaine diversité dans le schéma de codage canal ou de manière équivalente nous emploierons le terme d'irrégularité dans le système de codage que l'on opposera à un schéma régulier qui ne possède qu'un seul schéma de codage possible. On doit être à même de proposer des schémas de codage, des familles de codes ou des codes spécifiques qui soient à même de répondre à ce besoin d'irrégularité dans le système de codage pour pouvoir assurer une protection inégale des données.

Outre le schéma classique d'attribution d'un code de capacité de correction différent pour chaque partie du flux de données, on peut classer les systèmes de codage en deux grandes familles. Cette classification ne se veut en aucun cas exhaustive et peut sembler réductrice quand on connaît la diversité des systèmes permettant d'obtenir des propriétés de protection inégale proposés dans la littérature, mais nous essayons de distinguer les traits principaux : la plupart des systèmes proposés sont des combinaisons des principaux systèmes, à notre sens, que nous allons présenter rapidement.

3.2.2.1 Système de codage à protection inégale par poinçonnage

Description générale

Une manière d'obtenir de l'irrégularité dans un système de codage est le poinçonnage. Considérons un code de canal de rendement R . La technique de poinçonnage consiste à ne pas émettre une proportion π des bits du mot de code. Le rendement équivalent à l'émission du code dit poinçonné ("des trous dans le mot de code") est alors équivalent à $R_p = R/(1 - \pi)$, qui est de surcroît de rendement supérieur. Le code est donc affaibli par la technique du poinçonnage et donnera des performances moindres que le code dont il est issu. A la réception, moyennant la connaissance du poinçonnage réalisé, les bits poinçonnés sont gérés comme des effacements (pas d'observations canal sur ces bits).

Ainsi, partant d'un code "mère" de rendement R_0 , il est possible de générer toute une famille de codes obtenus par poinçonnage de rendements $R_0 < \dots < R_k < \dots < R_P$ tels que $\pi_0 = 0 < \dots < \pi_k < \dots < \pi_P$. La protection inégale est alors obtenue en appliquant à chaque partie de la source un rendement adéquat, correspondant à la protection souhaitée. De manière pratique, on adapte le poinçonnage en fonction de la partie de la source que l'on considère en poinçonnant plus les parties les moins sensibles afin de garantir pour un

rendement donné une protection plus efficace sur les parties les plus sensibles (rendement plus importants).

Le poinçonnage s'effectue en appliquant un masque de poinçonnage déterministe pour déterminer les bits du mot de code à transmettre. Dans le cadre de l'étude des codes convolutifs poinçonnés, Hagenauer [57] introduit alors la notion de compatibilité en débit (*rate compatible*). Il introduit une restriction hiérarchique dans les rendements qui assure que les tous les bits émis avec un rendement donné, le sont également avec un rendement inférieur. L'optimisation du masque de poinçonnage peut quant à elle être réalisée en prenant le masque qui, pour un rendement donné, donne les meilleures performances.

L'avantage de ce type de schéma réside dans son rapport complexité/adaptativité:

- *Complexité*: le système n'est composé que d'un seul type de codeur à l'émission et d'un seul type de décodeur à la réception. On évite alors de devoir embarquer plusieurs systèmes de codage. Seules les tables de poinçonnage sont nécessaires.
- *Capacité d'adaptation*: ce système permet une adaptation rapide et variée à la structure de la source (proportions différentes au cours du temps entre les classes de sensibilité) ou aux variations du canal. Cependant dans le cas de systèmes adaptatifs de ce genre, cela suppose la transmission de la configuration du système avant émission, ou l'existence d'un canal de service.

Remarques: Dans le cadre du codage source canal conjoint, [150] montre que, dans leur contexte de transmission par paquets, seule la connaissance du canal est nécessaire pour déterminer la stratégie optimale de codage à protection inégale contre les erreurs. Si la famille des codes utilisée est alors obtenue par poinçonnage, la transmission des transitions de poinçonnage n'est plus nécessaire.

Systèmes par poinçonnage existants

L'application de cette méthode pour procurer de l'irrégularité fut utilisée dans de multiples systèmes: les structures de codage canal basées sur un treillis et leurs dérivés turbo et les codes LDPC et dérivés. Compte tenu de leur flexibilité, leur utilisation est donc possible pour des systèmes à classification implicite ou explicite.

La technique de poinçonnage compatible en débit pour les codes convolutifs fut introduite par [57, 61]. Cette technique fut étendue par [7] aux turbo-codes et peut s'appliquer facilement à tous les schémas de codage basés sur un treillis. La technique de poinçonnage fut également mise à profit pour l'optimisation des turbo-codes, afin de construire des codes avec de bons seuils de convergence. Ainsi dans [153], l'auteur présente une technique qui consiste à utiliser un code irrégulier pour le code interne d'un turbo-code série. L'irrégularité est obtenue simplement par poinçonnage et une optimisation des paramètres de poinçonnage est réalisée pour obtenir le meilleur seuil de convergence pour un code externe donné. Plus récemment [17, 16] s'intéressent aux distributions optimales de poinçonnage pour les n codes constituants de turbo-codes parallèles à n composants afin de construire des codes avec de bons seuils de convergence.

On savait déjà que les codes LDPC offraient de bonnes performances sur de multiples canaux, et ce, pour des rendements différents. Pour des raisons évidentes de complexité et d'adaptation (un seul codeur et variation du débit assez rapide), différents auteurs se

sont tout naturellement intéressés à l'optimisation du poinçonnage d'un code mère LDPC de rendement R afin d'avoir les distributions optimales de poinçonnage associées à un profil donné de code permettant d'obtenir des codes de rendement intermédiaires $R_p > R$ avec les meilleurs seuils de convergence possibles. Ce qui est intéressant de souligner, c'est qu'ici seules les performances globales du code sont prises en compte. Ainsi, basé sur la modélisation de [55], [56] propose une méthode d'optimisation asymptotique des distributions de poinçonnage associée à un code de paramètres $(\lambda(x), \rho(x))$. De même, [93] propose un schéma de codage source canal-conjoint utilisant des codes IRA poinçonnés optimisés et compatibles en débit. Depuis, les publications se multiplient sur le sujet pour trouver des méthodes de construction des matrices efficaces de ces codes. Ainsi [54] étend ses travaux à la construction de codes et de matrices de taille finie. Basé sur les travaux de [55], [163] s'intéresse à la construction de codes avec des planchers d'erreurs les plus bas possibles. [182] lui propose une méthode constructive de la matrice de parité. Quand à [30, 29], ils étendent le principe de compatibilité en débit à une classe de codes LDPC appelée Array LDPC codes.

Ainsi comme nous venons de le voir, il est possible avec les codes LDPC de proposer et d'optimiser des familles de codes LDPC issues de mécanismes de poinçonnage. Cette classe de codes est alors utilisable dans les problématiques classiques concernant la protection inégale contre les erreurs où étaient utilisés codes convolutifs ou turbo-codes en attribuant à chaque partie de la source un poinçonnage différent relatif à sa classe de sensibilité.

3.2.2.2 Système de codage à protection inégale inhérente

Nous venons de voir des systèmes qui créaient de l'irrégularité dans un système de codage en utilisant des méthodes de poinçonnage. Nous allons nous intéresser à des systèmes qui ne gèrent pas cette irrégularité par un mécanisme additionnel, mais qui présentent des propriétés intrinsèques de protection inégale. Après avoir présenté les deux grands groupes que sont les codes en blocs et les codages multi-niveaux, nous montrerons dans quelle mesure les LDPC peuvent également intervenir dans cette catégorie et nous nous interrogerons sur les applications et les possibilités d'optimisation.

Systèmes existants

- Les codes en blocs peuvent présenter une capacité intrinsèque pour la protection inégale, *i.e.* les bits à l'intérieur d'un mot de code sont, de manière inhérente au code, protégés différemment et donc la probabilité d'erreur moyenne associée à une position d'un mot de code n'est pas uniforme. Masnick [105] est le premier à avoir mis en évidence les propriétés de protection inégale des codes en blocs et proposés une première caractérisation et une construction de ces codes basées sur des propriétés algébriques. Il montra que les bits d'un mot de code ne sont pas forcément tous protégés de la même manière. Si on considère la colonne de la matrice de parité H associée à un bit donné, cette protection est liée au nombre minimum de colonnes de la matrice liées linéairement avec cette colonne. Cette propriété est formalisée par [32], avec la matrice génératrice du code cette fois-ci, qui propose un critère d'analyse algébrique nommé *vecteur de séparation*. La plupart des papiers

concernant les méthodes de construction algébriques de codes en blocs pour des applications de protection inégale contre les erreurs se basent sur ce critère de sélection pour déterminer les bons codes (voir par exemple [15] ou [43, 44]). Pour ce type de systèmes de codage, le nombre de classes peut être réduit et les proportions des différentes classes n'est pas toujours maîtrisée, ce qui peut être assez déroutant si l'on pense aux principales applications de ces codes qui sont des stratégies de protection inégale contre les erreurs où les classes de sensibilité sont a priori connues et dont les proportions sont assez stables dans le temps (systèmes à classification explicite).

- Une autre famille de systèmes est basée sur les modulation codées multi-niveaux. Pour ce type de systèmes, nous avons une combinaison de codes en blocs associés à une modulation à $M = 2^q$ symboles. Ainsi à chaque symbole sont associés q bits et chacun des q bits est associé à la sortie d'un code de rendement donné. Ainsi, la protection des bits d'information dépend à la fois du code et aussi de la position dans le label de la constellation puisque pour une constellation donnée, les bits d'un labels non pas la même protection. On a donc ici une double irrégularité. La recherche de bons systèmes permettant une protection inégale contre les erreurs fut proposée initialement par [21] et [176]. L'étude et l'analyse des performances pour des constellations symétriques et non symétriques fut proposée par [107, 108]. Ce type de système est assez flexible, puisqu'il possède deux types d'irrégularité et permet a priori de traiter des systèmes à classification implicite et explicite.

Intérêt des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs

Nous avons présenté précédemment des codes LDPC pour des systèmes poinçonnés qui créent une irrégularité possible "en moyenne" (le poinçonnage agit sur le rendement global du code donc sur ces performances moyennes). Il est depuis longtemps observé [49] que les codes LPDC possèdent un comportement de protection inégale contre les erreurs inhérent dû à leur irrégularité intrinsèque. En effet, les noeuds de variables fortement connectés apparaissent plus robustes que les noeuds faiblement connectés. On retrouve alors pour cette classe de codes en blocs le même comportement observé par Masnick [105]. Utiliser cette propriété revient à utiliser les performances moyennes *locales* du code, qui sont à opposer aux méthodes par poinçonnage qui se focalisent que les performances moyennes *globales* sans s'occuper des différences de performance pouvant exister au sein d'un même mot de code. Or, la diversité au sein d'un mot de code mérite de retenir notre attention car pour une structure de code donnée, sans être obligés de passer par d'autres mécanismes que de l'allocation de bits au sein d'un ou plusieurs mots de code, nous pouvons assurer facilement une allocation permettant une protection inégale contre les erreurs, comme montré dans [49]. De plus, nous verrons qu'avec la paramétrisation des codes LDPC, il est assez facile de gérer un problème de protection inégale contre les erreurs avec une connaissance des proportions moyennes des classes. Si la littérature commence à être conséquente sur l'optimisation des codes LDPC poinçonnés, celle sur l'optimisation des propriétés de protection inégale au sein d'un même mot de code reste plus modeste. Il existe bien quelques études comme [49] qui propose des méthodes adhoc d'optimisation. [181], basé sur le fait que les bits fortement connectés sont plus protégés que les autres, propose une méthode de

construction de la matrice de parité prenant en compte des contraintes liées à la protection inégale contre les erreurs. Nous nous intéresserons donc dans le chapitre 4 à l'optimisation des propriétés de protection inégale des codes LDPC dans le cadre d'applications de protection inégale contre les erreurs avec une connaissance explicite de la classification. Très récemment, [136, 137] proposent parallèlement une méthode asymptotique d'optimisation des codes LDPC pour le canal binaire à effacement qui est proche dans les intentions de la méthode générale que nous proposerons.

3.3 Des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint

Nous nous intéressons maintenant à la pertinence d'utilisation des codes LDPC pour des applications de décodage source-canal conjoint. Après avoir présenté la problématique du décodage source-canal conjoint, nous présenterons les différents schémas existants et nous verrons dans quels schémas les codes LDPC s'inscrivent et discuterons des possibilités d'optimisation de ces codes dans ce contexte.

3.3.1 Problématique

Codage de source et codage de canal sont deux fonctions essentielles d'un système de communication. Le codage de source a pour fonction d'enlever autant de redondance que possible de la source afin de la décrire avec l'information minimale utile (donnée par l'entropie) alors que le codage de canal a pour fonction, lui, de rajouter une redondance structurée et maîtrisée à la source compressée, afin de lutter contre les erreurs introduites par le canal de propagation. Basé sur le théorème de séparation de Shannon [148], ces deux fonctions sont généralement optimisées de façon disjointe. Cependant ces théorèmes sont des théorèmes asymptotiques dans le sens où les mots de code sont supposés infiniment longs décodés au sens du maximum de vraisemblance. Dans la pratique ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées et il peut être parfois intéressant de concevoir les systèmes de manière jointe. En particulier, pour des applications considérant le décodage source-canal conjoint, il a été montré par [146] et [58] que les performances du décodeur de canal peuvent être améliorées en utilisant une information souple provenant du décodeur. Ces premières approches tentent d'exploiter la sous-optimalité des codeurs de source en utilisant la redondance résiduelle des données source compressées et la structure des données. Il faut attendre [110] et [119] entre autres pour avoir un décodage source-canal conjoint optimal qui utilise le treillis produit du code correcteur (un code convolutif) et de la source. Cependant, ces approches, quoiqu'optimales, ont une complexité exponentielle et ne sont pas applicables dès lors que l'espace d'état de la source et/ou du codeur de canal deviennent trop grands. Ainsi, [8, 9] montrent que le principe "turbo" peut s'appliquer au décodage source-canal conjoint, constituant une approche sous-optimale d'un intérêt pratique tout particulier. Ainsi, reprenant le schéma classique de la concaténation série, le décodage source-canal conjoint peut-être conçu comme un système avec deux blocs, un décodeur canal et un décodeur source, tous deux à entrées et sorties souples (Soft Input

Soft Output, SISO), qui échangent une information extrinsèque au cours des itérations. Pour les sources codées entropiquement par des codes à longueur variable de type Huffman, la plupart des décodeurs à entrées et sorties souples utilisent un décodeur souple de type MAP [5], ou ses versions sous optimales, basés sur les représentations les plus courantes que sont le treillis bit introduit par Balakirsky [6] (sous optimal mais facilité de mise en oeuvre), le treillis bidimensionnel de [8, 9] ou les représentations par graphes bayésiens [53]. Plus récemment, [50, 48] ont développé des décodeurs souples pour les codeurs arithmétiques, une autre classe concurrente de codeur entropique à longueur variable. Récemment encore, Nguyen [113, 113] propose un décodeur de source souple qui exploite la redondance disponible de la source, apportée par la structure même de la source, en utilisant toute l'information sémantique disponible afin de décoder la séquence de symboles source la plus probable (l'utilisation de l'information contextuelle est donc ajoutée par rapport à un schéma classique).

Parmi l'ensemble des systèmes dits source-canal conjoint pour des codes entropiques à longueur variable, il apparaît deux classes de systèmes itératifs : les systèmes dits simplement itératifs, comportant un module décodage canal et de source souples qui itèrent ensemble et les systèmes dits "doublement itératifs", composés d'un module de codage canal qui est lui même un code canal dont le décodeur est itératif (Turbo-code ou LDPC) et un module souple de décodage source. Après avoir présenté ces deux types de systèmes et les méthodes permettant d'optimiser ces systèmes, nous nous attacherons à montrer comment les codes LDPC peuvent être de bons candidats pour les systèmes doublement itératifs.

3.3.2 Différents types de systèmes itératifs

Compte tenu de l'apparition très récente des décodeurs souples arithmétiques, nous ne considérerons que le cas des systèmes utilisant des codes à longueur variable de type Huffman.

3.3.2.1 Systèmes simplement itératifs

Systèmes existants

La concaténation série d'un code de type Huffman et d'un code convolutif est introduite par [8, 9], en utilisant comme récepteur un décodeur source souple basé sur un treillis bidimensionnel. L'extension à l'étude des sources markovienne codées entropiquement est réalisée par [53], traitant toute la chaîne de manière turbo. [77] propose lui une modification des équations du décodeur source souple afin de prendre en compte le caractère Markovien directement dans le décodeur source souple. Puis il propose une structure turbo parallèle alternative [78].

[10] utilise un décodeur souple basé sur le treillis introduit par [6] pour réduire la complexité algorithmique du décodeur. L'intérêt de ce treillis sous optimal résidant dans sa complexité, il fut utilisé par [180, 179, 178] dans le cadre du décodage source-canal conjoint d'images JPEG. [162] étend ses travaux précédents ([77]), utilisant un treillis symbol, au cas où le treillis est un treillis bit. Nguyen propose un schéma de décodage source-canal

conjoint utilisant son décodeur de source souple basé sur l'exploitation de l'information sémantique de la source [112].

Enfin, même si le treillis bit permet de réduire la complexité, celle-ci reste toujours trop importante, surtout dans le cas de mots de code source longs, comme c'est le cas pratique dans de multiples standards. Ceci motive la recherche d'algorithmes sous-optimaux de complexité réduite [92, 121, 91].

Analyse et optimisation

Comme tous ces systèmes sont un cas particulier de mise en oeuvre du principe turbo, [60] propose d'étendre les travaux d'EXIT charts de Ten Brink [158] au cas du décodage source-canal conjoint, montrant que, de manière identique aux turbo-codes série, les EXIT charts permettraient d'analyser, de prédire et, le cas échéant, d'optimiser les systèmes de décodage source-canal conjoint simplement itératifs. L'analyse des comportements de ce type de systèmes par EXIT charts fut également traitée par [37] et dans [162]. Ainsi pour un code entropique donné, on pourra sélectionner le code canal, parmi ceux que l'on a à disposition, qui permet au système d'avoir le meilleur seuil de convergence. De même, on peut déterminer pour un ensemble de codes source donné, quelle redondance résiduelle il est bon de laisser pour avoir le meilleur seuil de convergence.

Une méthode possible, mais que nous n'avons pas répertoriée dans la littérature, serait d'utiliser la méthode proposée par [153] concernant l'optimisation de codes concaténés pour des systèmes turbo en utilisant l'adaptation de la courbe EXIT chart du codeur interne à celle du codeur externe, notamment à l'aide du poinçonnage. Le poinçonnage permet de créer de l'irrégularité dans le code et ainsi d'augmenter les degrés de liberté pour la recherche d'un bon code. De manière similaire donc, on pourrait rechercher la distribution de poinçonnage du codeur canal qui permette d'obtenir le meilleur seuil de convergence pour un système de décodage source-canal conjoint.

3.3.2.2 Systèmes doublement itératifs

Systèmes existants

Compte tenu des résultats encourageants obtenus par les systèmes itératifs, l'extension à des cas doublement itératifs suivit naturellement, notamment poussée par les performances possibles de systèmes tels que les turbo-codes ou les codes LDPC. Ainsi, [120] étend les travaux de [146, 58] et propose un schéma sous-optimal où le turbo décodeur utilise l'a priori retourné par le décodeur source. Dans le cadre des sources Markoviennes, [42] propose un schéma permettant de coupler le turbo-décodeur canal et un estimateur en ligne de la source.

Dans le cadre de sources codées entropiquement par des codes de type Huffman, [51, 52] et [76] propose un système où la structure de la source est utilisée comme a priori dans le turbo-décodage. Le décodage doublement itératif n'est pas considéré de manière explicite dans ce cas. [90] propose lui de considérer un super treillis résultant de la concaténation du treillis du code interne du turbo code et du treillis du code de Huffman. Là encore, si la structure doublement itérative est présente, elle n'est pas utilisée. Il faut attendre les

travaux de Jaspar [73, 75, 74] pour considérer un système constitué par un turbo-code et un code de type Huffman comme un système itératif multidimensionnel, discutant de la possible convergence en fonction du comportement des différents constituants.

Les codes LDPC utilisés dans un cadre source-canal conjoint interviennent dans ce type de systèmes car le décodeur par propagation de croyance est lui-même un bloc itératif, certains auteurs allant jusqu'à différencier ce décodeur itératif en deux blocs souples associés d'une part aux noeuds de donnée et d'autres part aux noeuds de parité. Dans le cadre des codes LDPC, l'application au décodage source-canal conjoint reste assez restreinte. Par exemple, [134] considère le décodage source-canal conjoint en utilisant un décodeur LDPC et un décodeur de source JPEG2000, qui fournit au décodeur LDPC une information souple en retour, quand une erreur est détectée via les mécanismes de détection d'erreurs embarqués dans le train binaire compressé. [183] utilise un décodeur LDPC initialisé par une estimation en ligne de la source par chaîne de Markov cachée. Dans tous les cas, l'optimisation globale du système n'est pas traitée et à notre connaissance, l'analyse et l'optimisation des codes LDPC pour ce type de systèmes reste inexistante.

Analyse et optimisation

L'analyse de ce type de systèmes reste complexe en particulier pour des systèmes de type turbo-codes. L'optimisation n'en est rendue que plus délicate. Dans [90], l'optimisation du système est réalisée par utilisation de courbes EXIT charts qui permettent de sélectionner les bons composants systèmes. Cette étude reste cependant au stade de l'analyse. A noter que l'analyse EXIT chart est facilitée car on considère le super treillis (code convolutif + Code de Huffman). [75, 74] propose, quant à lui, d'optimiser le code de type Huffman en se basant sur le fait que le code source n'apporte qu'une information supplémentaire au décodeur, ce qui a pour effet d'accélérer la convergence dans sa zone de convergence habituelle et de permettre de diminuer le seuil de convergence du système sinon. Cette vue permet de donner de nouvelles perspectives pour l'optimisation des codes de type d'Huffman, pour qui le seul critère de performance était la distance minimale.

Pour l'analyse et l'optimisation de ce type de système, on pourrait utiliser les travaux de Ten Brink sur l'analyse des turbo-codes multi-dimensionnels parallèles [159] ainsi que les travaux récents de [16, 17] sur les distributions optimales de poinçonnage pour l'optimisation des turbo-codes multi-dimensionnels. En combinant alors l'analyse EXIT chart multidimensionnelle et les méthodes d'optimisation proposée dans [153] et [17], on pourrait être à même d'optimiser le système de manière globale: choisir l'irrégularité des codes (poinçonnage pour les codes de canal), et étudier l'ordonnement des décodages des différents blocs souples (à chaque itération, projection sur l'EXIT chart permettant le plus grand gain d'information mutuelle).

De telles méthodes d'optimisation (qui n'existent pas vraiment pour l'instant) semblent quelque peu difficiles à mettre en oeuvre pour ce type de systèmes. C'est ici que l'option LDPC semble intéressante. Les codes LDPC ont cet avantage que l'on peut exprimer une relation d'entrée sortie analytique entre l'information mutuelle extrinsèque fournie en entrée et celle de sortie. Le seul paramètre simulé étant l'EXIT chart du code de type Huffman, le problème de l'analyse de convergence se simplifie grandement. On montrera donc dans le chapitre 5 qu'il est possible d'exprimer analytiquement les équations d'évolution

de l'information mutuelle, moyennant la connaissance de la fonction de transfert (EXIT chart) du code de type Huffman. Notons d'ores et déjà que la structure envisagée reste une structure série.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la famille des codes LDPC. Nous avons montré comment leur paramétrisation et la modélisation asymptotique analytique de leur décodage (par propagation de croyances) permettait d'optimiser leur structure pour un très grand nombre de canaux. En particulier, nous avons démontré que la condition de stabilité sous approximation gaussienne et évolution de l'information mutuelle est identique à celle obtenue par évolution de densité.

Dans le cadre de transmissions multimédia, nous avons mis en exergue le potentiel des codes LDPC. Pour les problématiques liées à la protection inégale contre les erreurs, nous avons vu que ces codes peuvent s'appliquer à différents types d'applications soit par l'optimisation de codes poinçonnés, soit par l'utilisation de leur irrégularité, qui est une manière inhérente de fournir une protection inégale. Dans le cadre du décodage source canal-conjoint, nous avons vu tout l'intérêt que peuvent susciter ces codes, de par la possibilité d'optimisation de leur structure au décodage source-canal conjoint. Un tel système permettrait d'allier performances et facilité d'optimisation (contrairement à des structure de type turbo-codes).

Dans les chapitres suivants, nous allons traiter et développer les deux thèmes suivants :

- **l'optimisation de codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs :** nous montrerons qu'il est possible d'optimiser les propriétés de protection inégale d'un code LDPC. Puis nous appliquerons les codes optimisés à transmission d'images fixes (chapitre 4).
- **l'optimisation de codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint :** nous montrerons qu'il est possible de déterminer une procédure simple permettant l'optimisation de la structure d'un code LDPC afin d'assurer une communication avec un décodeur source donné avec le seuil de convergence le plus bas possible (chapitre 5).

Chapitre 4

Optimisation des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la famille des codes LDPC, leur paramétrisation et l'étude asymptotique de leur décodage par propagation de croyance. Nous avons montré que les codes LDPC étaient une classe intéressante de codes pour des applications de protection inégale contre les erreurs. En particulier, les codes LDPC présentent des propriétés de protection inégale intrinsèques intéressantes qu'il semble bon d'étudier afin de déterminer si une quelconque optimisation est possible.

Cette étude est d'autant plus intéressante qu'à ce jour, les études et les méthodes d'optimisation des propriétés de protection inégale de ces codes sont peu nombreuses. La plupart des méthodes existantes optimisent en effet les performances moyennes globales : cela correspond en général à l'optimisation du seuil de convergence pour l'optimisation d'un code sur un canal particulier ou pour l'optimisation d'une distribution de poinçonnage donnée. Ainsi, on considère un critère de *convergence globale* : la convergence de la probabilité d'erreur mot vers zéro. Ceci est inhérent à la paramétrisation des codes LDPC qui ne différencie pas les bits dans un mot de code (information ou redondance). Les équations d'évolution prennent en compte l'ensemble des bits du mot de code, et les critères d'optimisation classiques prennent donc en compte une convergence globale sur l'ensemble du mot de code. Or dans un contexte pratique, ce qui compte est la *convergence locale* sur une partie du mot de code (associée par exemple avec une partie sensible de la source). Ainsi, pour un canal donné, le meilleur code optimisé pour ce canal a les meilleures propriétés au sens de la minimisation du seuil de convergence, si on considère un mot de code suffisamment long et un nombre d'itérations suffisamment grand. Mais à nombre d'itérations fini, rien n'assure que localement ce code soit le meilleur (en terme de taux d'erreur bit moyen), si on considère juste une partie du mot de code. L'étude et l'optimisation des propriétés de protection inégale d'un code LDPC est donc étroitement liée à l'étude de la convergence locale pour un nombre d'itérations fini. Nous verrons dans ce chapitre qu'une analyse heuristique pour des mots de code de taille finie et un nombre d'itérations fini permet de mettre en évidence que l'analyse asymptotique peut *prédire* ces comportements (à défaut

de les décrire exactement). Les outils d'analyse asymptotique seront alors utilisés pour dériver une fonction de coût pour des applications de protection inégale contre les erreurs où la proportion des classes est connue. Pour le canal BABG, nous verrons alors que les codes optimisés pour la protection inégale contre les erreurs convergent alors localement plus vite pour les classes les plus sensibles que le code optimisé pour le canal BABG, mettant en évidence la possibilité d'avoir des codes aux propriétés de protection inégale exacerbées. Là encore, nous verrons que les outils d'analyse asymptotique permettent une bonne prédiction sur les comportements moyens des codes optimisés de taille finie. Ces codes seront alors mis en oeuvre dans le cadre de la transmission progressive d'images fixes afin d'en évaluer l'intérêt pratique.

Le chapitre sera organisé de la façon suivante. Dans un premier temps, nous expliciterons le contexte dans lequel nous nous plaçons, nous donnerons une paramétrisation des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs ainsi que les équations d'évolution de l'information mutuelle propre à la protection inégale contre les erreurs. Ensuite nous analyserons l'irrégularité des codes LDPC afin de construire une fonction de coût que nous serons à même d'utiliser dans une méthode d'optimisation de la protection inégale pour les codes LDPC. Enfin, nous présenterons des résultats de simulation et appliquerons les codes optimisés pour la protection inégale contre les erreurs à la transmission progressive d'images fixes.

L'ensemble de ces travaux fut publié dans deux conférences internationales et fait l'objet d'une soumission d'article de revue (soumis à IEEE Transactions on Communications, juin 2004). Ainsi, dans [124], nous présentons la méthode d'optimisation des codes LDPC pour l'UEP. Dans [131], nous étudions l'intérêt pratique de ces codes pour la transmission progressive d'images fixes. Enfin, dans [125], nous proposons une formalisation de l'approche proposée dans [124] en incluant une étude asymptotique des performances.

4.1 Paramétrisation et étude asymptotique des codes LDPC pour l'UEP

4.1.1 Contexte

Nous nous plaçons dans le cadre de transmissions nécessitant une protection inégale contre les erreurs où la source est subdivisée en $N_c - 1$ classes de sensibilité de proportions moyennes connues à l'émission. Nous sommes donc dans un schéma de classification explicite obtenue par des mécanismes de *data partitionning* ou de données transmises par priorité (transmission d'image avec codage par région d'intérêt [2]), ou encore, obtenue lors de transmissions par qualité progressive où le ratio moyen des classes est connu. Le schéma global de transmission est alors donné par la figure 4-1. Il est constitué de la source qui est codée par le code LDPC avec prise en compte des spécificités de protection inégale contre les erreurs. Les données codées sont ensuite envoyées sur un canal de transmission X (de type BEC, BSC ou BABG). En réception, nous considérerons un décodage itératif par un décodeur classique par propagation de croyance.

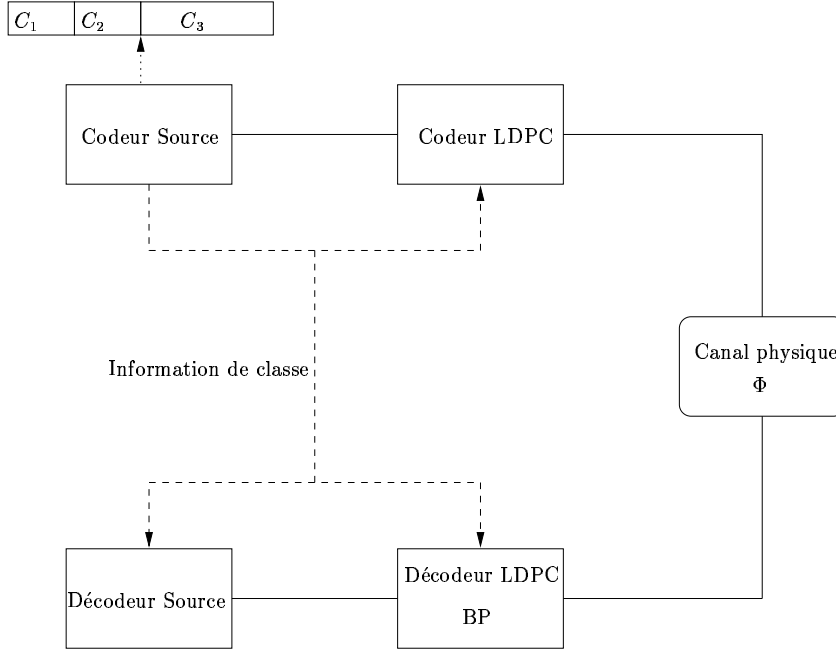


Fig. 4-1 – Schéma de transmission UEP considéré.

4.1.2 Définitions et notations générales

4.1.2.1 Définitions

Nous donnons dans un premier temps quelques définitions qui nous permettront de distinguer les codes optimisés sur un canal X et ceux optimisés sur ce même type de canal avec des contraintes liées à la protection inégale contre les erreurs.

Définition 2 (i) *Un mot de code composé de N_c classes de sensibilité définit un train de bits codé UEP.*

(ii) *Un train de bits codé UEP et envoyé sur un canal de transmission X définit ce que l'on appellera un canal UEP- X .*

(iii) *Un code employé dans un contexte de protection inégale contre les erreurs sera nommé code UEP.*

Dans la suite, nous ne considérerons que des canaux de types UEP-BABG, *i.e.* des mots de code composés de N_c classes de sensibilité correspondant à un cahier des charges pour la protection inégale contre les erreurs donné et transmis sur canal BABG.

Un train de bits codé UEP sera paramétré de la manière suivante. On considère un code LDPC \mathcal{C} de rendement R et dont les mots de code sont divisés en N_c classes de sensibilité $\{C_k/k = 1 \dots N_c\}$. Les classes sont indicées par ordre croissant de sensibilité. Ainsi, C_1 sera associée avec la classe la plus sensible qui requiert le niveau de protection le plus élevé et, a contrario, C_{N_c} sera associée à la classe nécessitant le niveau de protection le plus faible. Les $N_c - 1$ premières classes seront associées aux bits d'information et les bits de redondance associés avec la classe C_{N_c} .

Remarque: Notons que contrairement aux approches traditionnelles sur les canaux standards, nous devons distinguer les bits à l'intérieur du mot de code (en particulier infor-

ation et redondance, ce qui aura une incidence sur la paramétrisation du code LDPC et sur la réécriture des équations d'évolution de l'information mutuelle sur canal gaussien dans le cadre de la protection inégale contre les erreurs.

Supposant connue la composition des classes de la source en moyenne, on notera $\underline{\alpha} = \{\alpha_k/k = 1 : N_c - 1\}$ le vecteur des proportions normalisées des bits d'information associés à chaque classe de sensibilité de la source, avec $\sum_{k=1}^{N_c-1} \alpha_k = 1$. Pour un code LDPC de rendement R , les proportions des bits d'un mot code appartenant aux différentes classes $\{C_k/k = 1 \dots N_c\}$ sont alors données par le vecteur $\underline{p} = \{\alpha_1 R, \dots, \alpha_{N_c-1} R, (1 - R)\}$.

Exemple : On considère un code LDPC de rendement $R = 1/2$ comportant trois classes de sensibilité. La redondance sera associée à la classe C_3 et les bits d'information seront répartis en deux classes : C_1 est la classe la plus sensible (typiquement en-têtes) et C_2 sera la classe la moins sensible (données compressées). Pour la source, la proportion moyenne des bits d'information dans chaque classe est donnée par $\underline{\alpha} = \{\alpha, 1 - \alpha\}$. Les proportions des bits du mot de code appartenant aux classes $\{C_1, C_2, C_3\}$ sont alors données par $\underline{p} = \{\alpha R, (1 - \alpha)R, (1 - R)\}$.

Avant d'optimiser nos codes pour un canal UEP donné, nous proposons de nous donner un critère de comparaison entre deux codes. Pour définir ce critère de comparaison, nous nous plaçons dans le contexte applicatif que nous avons fixé. Dans le cadre des applications de protection inégale contre les erreurs où les données sont hiérarchisées et utilisant un décodage souvent séquentiel (dans le sens où les premières classes sont décodées et interprétées les premières), il apparaît que le décodage des classes les moins sensibles n'est pas d'une grande utilité si les classes de plus grande sensibilité sont erronées. On pourra trouver un exemple d'étude dans [123], dans le cadre de la transmission progressive par qualité d'images fixes. Ainsi les premières classes se doivent d'être mieux protégées. Cette observation nous permet alors de donner un critère de comparaison des propriétés de protection inégale de deux codes pour ce type d'application. Ainsi, si l'on considère deux codes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de rendement identique R , selon les observations précédentes, \mathcal{C}_1 sera considéré comme un meilleur code UEP que le code \mathcal{C}_2 , si il existe au moins une classe C_k pour laquelle la probabilité d'erreur bit moyenne du code \mathcal{C}_1 est inférieure à la classe C_2 pour un nombre d'itérations l donné. De plus, les probabilités d'erreurs moyennes associées aux classes plus sensibles que C_k doivent être de même ordre. Ceci peut être résumé dans la définition suivante :

Définition 3 Soient \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 deux codes LDPC de rendement R . En considérant N_c classes de sensibilité sur un mot de code, si l'on désigne par $P_1^{C_k}(l)$ et $P_2^{C_k}(l)$ les probabilités d'erreur moyennes associées à la classe C_k à la $l^{\text{ième}}$ itération de décodage pour respectivement \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 , alors si

$$\exists k \in (1, \dots, N_c - 1), P_1^{C_k}(l) < P_2^{C_k}(l)$$

et

$$\forall k' \leq k, P_1^{C_{k'}}(l) \simeq P_2^{C_{k'}}(l)$$

\mathcal{C}_1 sera considéré comme un meilleur code UEP que le code \mathcal{C}_2 pour le canal UEP considéré quand l itérations de décodage sont réalisées.

4.1.3 Paramétrisation des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs

Comme nous l'avons fait remarquer précédemment, nous avons besoin de considérer différemment les bits au sein du mot de code. Ceci nécessite une réécriture de la paramétrisation des codes LDPC dans ce contexte de protection inégale contre les erreurs. Nous considérerons un canal UEP-BABG. La variance du bruit du canal est donnée par σ^2 . Chaque mot de code est divisé en N_c classes de sensibilité. Les proportions des classes de la source sont données par $\underline{\alpha} = \{\alpha_k/k = 1 : N_c - 1\}$. Considérant un code de rendement R , les proportions des bits du mot de code dans chaque classe sont alors données par $\underline{p} = \{\alpha_1 R, \dots, \alpha_{N_c-1} R, (1 - R)\}$.

Nous noterons comme au chapitre précédent $t_{r_{\max}}$ et $\rho(x) = \sum_{j=2}^{t_{r_{\max}}} \rho_j x^{j-1}$ respectivement le degré de connection maximum d'un noeud de parité et le polynôme représentant les proportions de branches connectées à un noeud de parité de degré j . Nous supposons que $\rho(x)$ est constant pour chaque classe. De même $t_{c_{\max}}^{(k)}$ sera le degré de connection maximum dans la classe C_k . Pour chaque classe C_k , nous désignerons par $\lambda^{(C_k)}(x) = \sum_{i=2}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \lambda_i^{(C_k)} x^{i-1}$ et $\tilde{\lambda}^{(C_k)}(x) = \sum_{i=2}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \tilde{\lambda}_i^{(C_k)} x^{i-1}$ les polynômes des proportions de branches du graphe connectées à un noeud de donnée de degré i et sa représentation duale, où $\tilde{\lambda}_i^{(C_k)}$ est la proportion de noeuds de donnée du graphe de degré i associés à la classe C_k . Nous avons alors les relations suivantes entre les paramètres :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N_c} \lambda^{(C_k)}(1) &= 1 \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^{N_c} \tilde{\lambda}^{(C_k)}(1) = 1 \\ \forall k = 1 \dots N_c - 1, \sum_{i=2}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \tilde{\lambda}_i^{(C_k)} &= \alpha_k R \\ \sum_{i=2}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \tilde{\lambda}_i^{(N_c)} &= (1 - R) \end{aligned}$$

La relation entre $\lambda_i^{(C_k)}$ et sa forme duale $\tilde{\lambda}_i^{(C_k)}$ est donnée par

$$\tilde{\lambda}_i^{(C_k)} = \frac{\lambda_i^{(C_k)}/i}{\sum_k \sum_{i'} \lambda_{i'}^{(C_k)}/i'} \quad (4.1)$$

Dans la suite, nous noterons $\underline{\lambda}^{(C_k)} = [\lambda_2^{(C_k)}, \dots, \lambda_{t_{c_{\max}}^{(k)}}^{(C_k)}]^\top$ et $\underline{\rho}$ les vecteurs associés aux polynômes $\lambda^{(C_k)}(x)$ et $\rho(x)$. $\mathbf{1}$ est un vecteur 1-valué et $^\top$ est le sigle de transposition d'un vecteur. Nous supposons de plus que les degrés maximum des noeuds de donnée de chaque classe sont identiques. Ainsi $t_{c_{\max}} = \max(t_{c_{\max}}^{(k)}), \forall k = 1, \dots, N_c$. Nous définissons également les vecteurs $\underline{1/t_c} = [1/2, \dots, 1/t_{c_{\max}}]^\top$, $\underline{1/t_r} = [1/2, \dots, 1/t_{r_{\max}}]^\top$ et $\underline{\lambda} = [\underline{\lambda}^{(C_1)}, \dots, \underline{\lambda}^{(C_{N_c})}]^\top$. Avec ces notations, un code LDPC UEP irrégulier est paramétré par $(\underline{\lambda}, \underline{\rho}, \underline{p})$.

4.1.4 Equations d'évolution pour la protection inégale contre les erreurs

De la même manière qu'au chapitre 3.1.3, nous avons besoin d'utiliser des outils analytiques pour étudier les performances asymptotiques de codes UEP. Comme donné au chapitre 3.1.3, il nous est possible, sous approximation gaussienne des densités des messages du graphe, de dériver les équations d'évolution de l'information mutuelle dans le cas UEP.

Proposition 4 *Dans le cadre de l'approximation gaussienne, les équations d'évolution de l'information mutuelle pour la protection inégale contre les erreurs sont données par :*

- *Mise à jour pour les noeuds de parité*

$$x_{cv}^{(l-1)} = 1 - \sum_{j=2}^{tr_{\max}} \rho_j J((j-1)J^{-1}(1-x_{cv}^{(l-1)})) \quad (4.2)$$

- *Mise à jour pour les noeuds de données*

$$x_{vc}^{(l)} = \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{i=2}^{tc_{\max}} \lambda_i^{(C_k)} J\left(\frac{2}{\sigma^2} + (i-1)J^{-1}(x_{cv}^{(l-1)})\right) \quad (4.3)$$

où $J(\cdot)$ est la fonction information mutuelle $J(m) = 1 - \mathbb{E}[\log_2(1+e^{-x})]$ pour une variable gaussienne consistante $x \sim \mathcal{N}(m, 2m)$.

Preuve : Ces expressions sont obtenues en différenciant les contributions de chaque classe pour l'information mutuelle moyenne totale et résultent de la moyenne des informations mutuelles provenant des noeuds de données (resp. de parité) en sortie d'entrelaceur. ■

En combinant les équations (4.2) et (4.3), nous obtenons l'EXIT chart d'un code LDPC de paramètres $(\underline{\lambda}, \underline{\rho}, \underline{p})$ donnée par

$$x_{vc}^{(l)} = F(\underline{\lambda}, x_{vc}^{(l-1)}, \sigma^2) \quad (4.4)$$

La condition initiale est donnée par $x_{vc}^{(0)} = 0$ et la condition $F(\underline{\lambda}, x, \sigma^2) > x, \forall x \in [0, 1]$ assure la convergence de l'algorithme de propagation de croyance vers le point fixe $x = 1$. La stabilité du point fixe est alors contrôlée par la condition de stabilité donnée par $F(\underline{\lambda}, 1, \sigma^2)' < 1$. Le canal n'étant pas changé par la prise en compte du caractère de protection inégale, la condition de stabilité est identique à celle du canal gaussien dérivée au chapitre 3.1.3.

Corollaire 2 *La condition de stabilité pour un code UEP sur un canal BABG est identique à la condition de stabilité du canal BABG et est donnée par*

$$\sum_{k=1}^{N_c} \lambda_2^{(C_k)} < \lambda_2^* = \frac{1}{\sum_{j=2}^{tr_{\max}} \rho_j (j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$$

Remarque : Cette propriété peut s'étendre facilement à tous les types de canaux, car le canal de transmission reste identique.

4.2 Optimisation du profil d'irrégularité

Après avoir décrit les outils de description et d'analyse des codes LDPC dans un contexte de protection inégale contre les erreurs, nous analysons maintenant comment l'irrégularité des codes LDPC peut être utilisée pour des applications de protection inégale contre les erreurs. Nous analysons l'influence du degré de connection des noeuds de donnée quand on considère à la fois taille et nombre d'itérations finis. Nous verrons que ces comportements peuvent être interprétés et prédits par l'utilisation des outils asymptotiques décrits juste au-dessus. Ceci nous permettra alors de proposer une fonction de coût que nous jugeons pertinente pour l'optimisation des codes LDPC dans le cadre d'applications de protection inégale contre les erreurs. Ensuite nous donnerons l'algorithme d'optimisation que nous avons développé, puis nous analyserons de manière asymptotique et à taille finie certains résultats obtenus par optimisation.

4.2.1 Définition d'une fonction de coût pour l'UEP

4.2.1.1 Influence du degré de connection

Comme vu au paragraphe 3.1.3, les codes LDPC exhibent un comportement global à seuil dépendant du rapport signal sur bruit à la réception. Au delà d'un seuil $\delta = (E_b/N_0)^*$, la probabilité d'erreur mot est nulle pour un mot de code infini et un nombre d'itérations infini. Suivant ce critère de performance, il n'y a pas de possibilité de protection inégale puisque la probabilité d'erreur est nulle sur l'ensemble du mot de code.

Cependant, si l'on considère un nombre fini d'itérations, nous pouvons mettre en évidence cette capacité de protection inégale inhérente à l'irrégularité des codes LDPC. Ainsi, comme exploité dans [49, 181], les bits d'information associés aux noeuds de donnée fortement connectés, parfois appelé *bits élités*, recevront plus d'information du graphe entier et plus rapidement que les bits faiblement connectés. En effet, si on considère des codes suffisamment longs, il faut un certain temps pour que les messages aient parcouru l'ensemble du graphe, et donc pour un nombre d'itérations fini, les bits fortement connectés auront exploré une partie plus importante du graphe et donc reçu plus d'information de l'ensemble des observations. Ce comportement, très souvent décrit dans la littérature, est très bien illustré à l'aide des outils d'analyse asymptotique. Sous approximation Gaussienne, considérons alors la probabilité d'erreur à la $l^{\text{ième}}$ itération de décodage pour les noeuds de donnée de degré i [23]. Celle-ci nous est donnée par

$$P_i^{(l)} = Q \left(\sqrt{\frac{\frac{2}{\sigma^2} + i \mathbf{J}^{-1} \left(x_{cv}^{(l)} \right)}{2}} \right) \quad (4.5)$$

Au dessus du seuil de convergence asymptotique δ , $\mathbf{J}^{-1}(x_{cv}^{(l)})$ est une fonction strictement croissante de l . $Q(\cdot)$ étant une fonction strictement décroissante, l'équation (4.5) nous montre que, pour une itération l donnée, plus un noeud est connecté, plus il est "protégé", au sens où la probabilité d'erreur associée à ce noeud est plus petite. Cela implique aussi

que la convergence est plus rapide pour les noeuds fortement connectés. Ce phénomène a été observé aussi sous le nom de *wave effect* dans [97, 102].

A taille finie, la présence de cycles n'assure plus la convergence vers une probabilité d'erreur évanescence même à nombre d'itérations infini et donc les performances globales s'en trouvent dégradés. Les bits fortement connectés seront là aussi plus protégés.

4.2.1.2 Protection d'une classe

Dans le cas d'un canal UEP-BABG, un mot de code est divisé en N_c classes de sensibilité. Pour un profil de code donné, il est alors possible de donner la probabilité d'erreur bit sur la classe C_k utilisant la représentation polynômiale duale associée à cette classe $\tilde{\lambda}^{(C_k)}(x) = \sum_{i=2}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \tilde{\lambda}_i^{(C_k)} x^{i-1}$. Ainsi suivant [23], nous avons la probabilité d'erreur bit moyenne sur la classe C_k à l'itération l donnée par

$$P_l^{(C_k)} = \frac{1}{\alpha_k R} \sum_{i=t_{c_{\min}}^{(k)}}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \tilde{\lambda}_i^{(C_k)} Q \left(\sqrt{\frac{\frac{2}{\sigma^2} + i \mathbf{J}^{-1} \left(x_{cv}^{(l)} \right)}{2}} \right) \quad (4.6)$$

$t_{c_{\min}}^{(k)}$ est le degré minimum de connection dans la classe C_k . De l'équation (4.6), nous pouvons alors donner un encadrement de la probabilité d'erreur moyenne de la classe C_k décrit par

$$Q \left(\sqrt{\frac{\frac{2}{\sigma^2} + \overline{\tilde{\lambda}^{(C_k)}} \mathbf{J}^{-1} \left(x_{cv}^{(l)} \right)}{2}} \right) \leq P_l^{(C_k)} \leq Q \left(\sqrt{\frac{\frac{2}{\sigma^2} + t_{c_{\min}}^{(k)} \mathbf{J}^{-1} \left(x_{cv}^{(l)} \right)}{2}} \right) \quad (4.7)$$

avec

$$\overline{\tilde{\lambda}^{(C_k)}} = \frac{1}{\alpha_k R} \sum_{i=t_{c_{\min}}^{(k)}}^{t_{c_{\max}}^{(k)}} \tilde{\lambda}_i^{(C_k)} i \quad (4.8)$$

défini comme le degré moyen d'un noeud de donnée associé avec la classe C_k .

L'encadrement par défaut est obtenu par des arguments de convexité de la fonction $Q(\cdot)$ et celui par excès est obtenu par simple argument de décroissance de la fonction $Q(\cdot)$. Il faut noter ici que cet encadrement peut être parfois très lâche, mais nous permet de justifier notre approche en mettant en évidence les paramètres importants pour une possible optimisation. En terme d'interprétation, la borne inférieure correspondrait au cas limite où l'on considérerait la probabilité d'erreur associée avec la *moyenne des messages* associés à la classe C_k sous approximation gaussienne. La borne supérieure est le cas limite d'un degré uniforme associé à la classe C_k , comme si le code LDPC était régulier pour chaque classe (ce qui est le cas dans l'approche proposée par [136] pour le canal à effacement).

Ainsi, selon l'encadrement (4.7), deux quantités semblent importantes et étroitement liées à la probabilité d'erreur d'une classe: le taux de connection moyen de la classe $\overline{\tilde{\lambda}^{(C_k)}}$ et le degré minimum $t_{c_{\min}}^{(k)}$. Là encore, les outils asymptotiques semblent valables pour

décrire des comportements locaux. Cependant, il n'est pas si aisé de pouvoir étudier $P_l^{C_k}$ indépendamment du code considéré avec l'expression (4.7), puisque $x_{cv}^{(l)}$ est dépendant des deux quantités $\overline{\lambda^{(C_k)}}$ et $t_{c_{\min}}^{(k)}$ et donc des paramètres du code considéré. Il faut donc, au préalable, déterminer l'ensemble des codes dans lequel nous allons chercher les candidats à l'optimisation, afin de pouvoir exploiter la relation (4.7) pour définir une fonction de coût.

4.2.1.3 Ensemble de recherche de bons codes LDPC pour l'UEP

Avant tout, il est bon d'étudier l'ensemble des codes potentiels pour l'optimisation. Nous considérons l'optimisation de codes UEP sur canal BABG. Or pour ce canal si nous considérons une optimisation telle que celle présentée au paragraphe 3.1.4.1, l'ensemble des codes solutions est décrit par la figure 4-2. Pour un rendement R donné, considérant des degrés concentrés pour les noeuds de parité, il existe pour chaque valeur du degré moyen $\bar{\rho}$, un seuil optimal de convergence δ associé à un profil $(\lambda(x), \rho(x))$ résultat de l'optimisation du paragraphe 3.1.4.1. En particulier, le code obtenu est le meilleur code obtenu au sens de la minimisation du seuil de convergence, donc celui qui présente les meilleures performances asymptotiques globales. L'allocation de bits qui minimise la probabilité d'erreur sur chaque classe en respectant la hiérarchie des classes est alors donnée pour le code optimal au sens de la minimisation du seuil de convergence par la proposition suivante :

Proposition 5 *Pour un code optimisé sur canal BABG, optimal au sens de la minimisation du seuil de convergence pour un rendement R et $\rho(x)$ fixé, l'allocation optimale pour la protection inégale contre les erreurs consiste à affecter les bits d'information de la classe C_1 aux $\alpha_1 R$ noeuds de donnée les plus connectés, les bits d'information de la classe C_2 aux $\alpha_2 R$ noeuds de donnée restants les plus connectés, et ainsi de suite pour chaque classe jusqu'à la classe $N_c - 1$. Les bits de redondance sont alors alloués aux $1 - R$ noeuds les moins connectés restant.*

La justification découle directement de l'expression (4.5) et (4.6) et constitue une allocation naturelle. Cependant, nous avons vu que la description globale n'est pas suffisante, et en particulier, rien n'assure que localement un code de seuil moins bon ne puisse pas converger localement plus vite. Pour cette raison, nous proposons, afin d'accroître l'espace de recherche de bons codes, de considérer des codes dont le seuil de convergence est à $\delta + \epsilon$ avec ϵ petit. L'intérêt est alors double :

- Accroître les degrés de liberté pour la recherche du code.
- En prenant ϵ petit, on assure la construction de codes qui ont des propriétés de convergence assez bonnes et proches de celles du code avec le meilleur seuil δ .

Ainsi, nous supposons que deux codes avec des seuils de convergence très proches ont une convergence globale quasi-identique (courbes EXIT charts "très proches"). Ceci implique que la quantité $x_{cv}^{(l)}$ est quasi-identique pour les deux codes au cours des itérations. Ainsi, l'expression (4.7) ne dépend que des paramètres $\overline{\lambda^{(C_k)}}$ et $t_{c_{\min}}^{(k)}$ et on peut alors comparer les performances de deux codes de seuils proches.

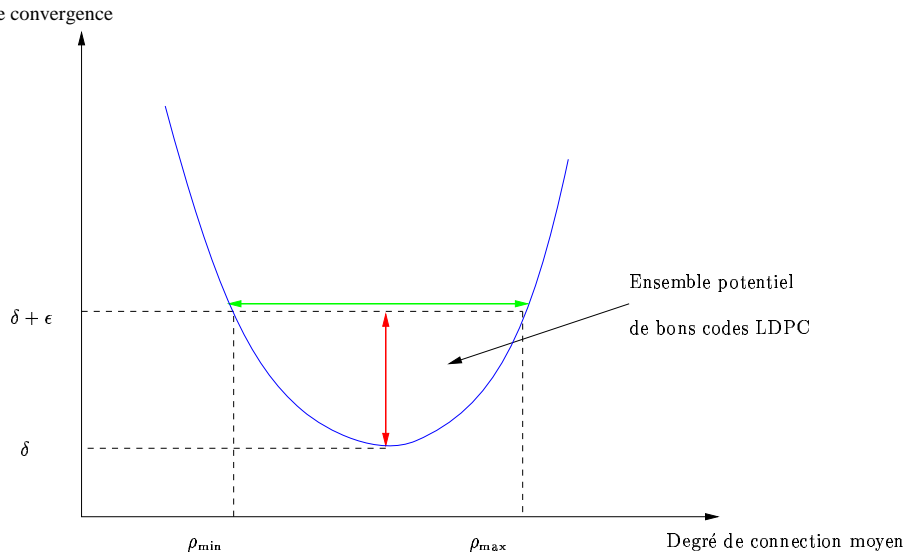


Fig. 4-2 – Ensemble de recherche de bons codes LDPC

4.2.1.4 Une fonction de coût pour la protection inégale contre les erreurs

Basés sur cette hypothèse de convergence, nous pouvons alors étudier l'influence des paramètres $\overline{\lambda^{(C_k)}}$ et $t_{c_{\min}}^{(k)}$ sur la probabilité d'erreur de la classe C_k (cf. encadrement (4.7)) :

- Pour $\overline{\lambda^{(C_k)}}$ fixé, en maximisant le degré minimum $t_{c_{\min}}^{(k)}$, nous essayons de contraindre l'inégalité à être la plus précise possible.
- en maximisant ensuite $\overline{\lambda^{(C_k)}}$, nous tentons de minimiser la probabilité d'erreur admissible par cette classe.

Cela implique donc que par une optimisation conjointe du degré moyen de connection et du degré minimum de connection associé à une classe, il est possible d'obtenir une probabilité d'erreur la plus petite possible pour cette classe et pour un nombre d'itération fini. C'est pourquoi, pour une classe donnée C_k , nous proposons d'utiliser comme fonction de coût la maximisation du degré moyen de connection de la classe, sous contrainte d'un degré minimum le plus grand possible.

En insérant l'équation (4.1) dans l'expression (4.8), sous hypothèse que le rendement R du code est constant, alors la maximisation de (4.8) est équivalente à la maximisation de

$$\sum_{i=2}^{t_{c_{\max}}} \lambda_i^{(C_k)} \quad (4.9)$$

Ceci peut s'interpréter comme la maximisation de la proportion de branches dans la partie de la matrice de parité associée avec la classe C_k . Ainsi, plus de messages transiteront par cette partie du graphe assurant une convergence locale plus rapide.

4.2.2 Algorithme hiérarchique d'optimisation

Nous décrivons ici l'algorithme mis en oeuvre pour l'optimisation des propriétés de protection inégale des codes LDPC. Nous basant sur les observations précédentes, nous montrerons que cet algorithme peut être résolu par un processus d'optimisation hiérarchique dont chaque étape consiste en l'optimisation du degré moyen de connection pour une classe donnée, en considérant un degré minimum de connection aussi grand que possible et des contraintes sur les distributions des classes précédemment optimisées. Chaque étape pourra être résolue par programmation linéaire. Comme mentionné ci-dessus, nous considérerons l'optimisation pour un rendement fixé et un seuil de convergence fixé à $E_b/N_0 = \delta + \epsilon$ avec ϵ petit de manière à, à la fois, accroître l'ensemble de recherche et assurer de bonnes propriétés de convergence globale.

4.2.2.1 Optimisation d'une classe

Nous nous intéressons à l'optimisation d'une seule classe C_k . Nous supposons que l'optimisation des classes $\{C_{k'}, k' < k\}$ a été réalisée et que les résultats de ces optimisations sont utilisés comme contraintes de l'optimisation de la classe C_k .

L'optimisation consiste à maximiser le degré moyen de connection de la classe en diminuant $t_{c_{\min}}^{(k)}$ de $t_{c_{\max}}$ à 2. La procédure d'optimisation est arrêtée quand une solution au processus d'optimisation est trouvée quand on considère un code de seuil de convergence $\delta + \epsilon$. Pour un seuil de convergence donné (et donc une valeur de la variance de bruit du canal donnée σ^2) et $\rho(x)$ fixé, cette optimisation peut être mise sous la forme d'un problème d'optimisation linéaire, que l'on peut résoudre par programmation linéaire, avec trois types de contraintes et qui est décrite de la façon suivante :

Optimisation de la classe C_k

1. Initialisation: $t_{c_{\min}}^{(k)} = t_{c_{\max}}$
2. Tant qu'il y a échec d'optimisation (une des contraintes non satisfaite):
 - (a) Maximiser le degré moyen de connection (cf. équations (4.8) et (4.9))

$$\max_{\underline{\lambda}} \underline{\lambda}^{(C_k)\top} \mathbf{1} \quad (4.10)$$

sous les contraintes suivantes

- Contraintes globales :

[C₁] Contrainte de rendement :

$$\sum_k \underline{\lambda}^{(C_k)\top} \underline{1}/t_c = (1 - R)^{-1} \underline{\rho}^\top \underline{1}/t_r$$

[C₂] Contraintes de proportions :

(i)

$$\sum_k \underline{\lambda}^{(C_k)\top} \mathbf{1} = 1$$

(ii)

$$\forall k \in \{1, \dots, N_c - 1\},$$

$$\underline{\lambda}^{(C_k)\top} \underline{1}/t_c = \alpha_c \frac{R}{1-R} \underline{\rho}^\top \underline{1}/t_r$$

[C₃] Contrainte de convergence (cf. équation (4.4)) :

$$F(\underline{\lambda}, x, \sigma^2) > x$$

[C₄] Contrainte de Stabilité:

$$\sum_k \lambda_2^{(C_k)} < e^{1/2\sigma^2} / \sum_{j=2}^{t_r \max} \rho_j(j-1)$$

- Contraintes locales:

[C₅] Degré de connection minimum :

$$\forall i < t_{c_{\min}}^{(k)}, \lambda_i^{(C_k)} = 0$$

- Contraintes conditionnelles:

[C₆] Contraintes provenant des étapes précédentes :

$$\forall k' < k, \underline{\lambda}^{(C_{k'})} \text{ est fixé}$$

$$(b) t_{c_{\min}}^{(k)} = t_{c_{\min}}^{(k)} - 1$$

end

■

Quand l'optimisation est réussie, les résultats associés à la classe optimisée sont stockés afin de servir de contraintes lors des prochaines étapes. Les conditions [C₁] à [C₄] sont des contraintes globales relatives respectivement au rendement global du code, aux contraintes de mélange et de proportions entre les classes, à la convergence vers le point fixe $x = 1$ et à la condition de stabilité de ce point fixe. [C₄] est relative à la contrainte locale du degré minimum et finalement [C₆] tient compte des contraintes des étapes précédentes.

4.2.2.2 Processus d'optimisation hiérarchique

Basé sur la définition 3, nous proposons un processus d'optimisation hiérarchique basé sur l'optimisation des classes les plus sensibles en premier lieu, puis de poursuivre l'optimisation par ordre décroissant de sensibilité. En supposant $t_{c_{\max}}$ et $\rho(x)$ donnés, l'algorithme suivant illustre l'approche hiérarchique proposée :

Algorithme hiérarchique d'optimisation UEP

1. Choisir $E_b/N_0 = \delta + \epsilon$
2. pour $k = 1 \dots N_c - 1$:
 - (a) Déterminer $\underline{\lambda}_{opt}^{(C_k)}$ et $t_{c_{min}opt}^{(k)}$ avec la précédente procédure d'optimisation 4.2.2.1.
 - (b) Stocker les contraintes pour la prochaine étape $\{(\underline{\lambda}_{opt}^{(C_{k'})}, t_{c_{min}opt}^{(k')}) , \forall k' \leq k\}$

■

Utiliser cette optimisation hiérarchique permet alors de prendre en compte le caractère hiérarchique des données et le caractère séquentiel du décodage.

4.3 Résultats

Nous allons maintenant présenter quelques résultats d'optimisation obtenus dans le cas asymptotique et des résultats de simulation à taille finie.

4.3.1 Résultats d'optimisation

Nous allons étudier les profils d'irrégularité obtenus par optimisation. Nous considérerons un problème à trois classes pour un mot de code: C_1 est la classe de haute sensibilité aux erreurs des bits d'information de la source, C_2 est la classe de faible sensibilité aux erreurs et C_3 est assignée aux bits de redondance. Les proportions des bits d'information de la source pour les deux classes d'information sont données par $\underline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2)$ qui pourra prendre différentes valeurs. Le rendement du code est fixé à $R = 1/2$. Nous supposons que $t_{c_{max}}$ est fixé à $t_{c_{max}} = 30$. $\rho(x) = 0.0437x^7 + 0.9563x^8$ est fixé à la même valeur que celle donnée par [22] pour la même valeur de $t_{c_{max}}$. δ est le seuil de convergence en dB quand on optimise le code de rendement $R = 1/2$ pour $\rho(x)$ et $t_{c_{max}}$ donnés précédemment par minimisation du seuil. ϵ est l'offset pour le seuil de convergence.

4.3.1.1 Influence de l'offset du seuil de convergence

La figure 4-3 donne le degré minimum de la première classe en fonction de l'offset du seuil de convergence pour différentes configurations des classes (α_1, α_2) . Comme nous pouvons le constater, le degré minimum croît avec la valeur de l'offset. Pour les valeurs faibles de ϵ , on peut vérifier que les valeurs tendent vers les valeurs des degrés minimum pour le code optimisé sur le canal BABG. Quand ϵ croît, tout laisse à penser que les performances de la première classe pourront être meilleures pour le code UEP-BABG en comparaison avec le code BABG. Nous remarquons aussi que plus la distribution des bits d'information est uniforme (α proche de 0.5), moins l'augmentation du degré minimum est importante. Ceci est dû au fait que pour des distributions plus uniformes, l'optimisation devient plus contrainte et nous avons moins de degrés de liberté.

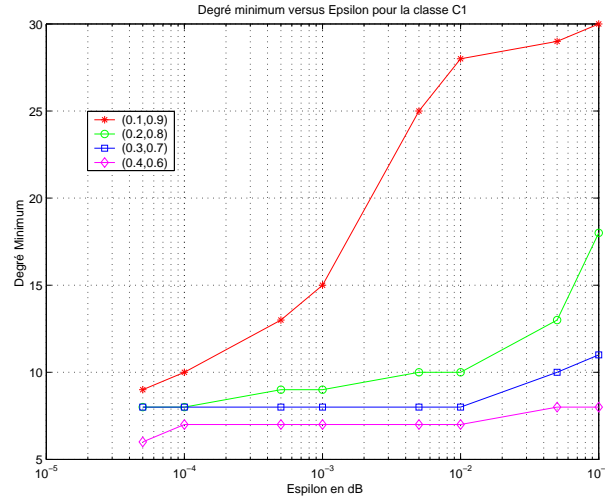


Fig. 4.3 – Degré minimum pour la classe 1 en fonction de ϵ pour différents couples $(\alpha, 1 - \alpha)$. Comme attendu, le degré minimum croît avec la valeur de ϵ . L’augmentation est plus importante quand la proportion de bits associés à la classe 1 est petite (phénomène de concentration accentué).

4.3.1.2 Exemples de profils d’irrégularités

Les tables 4.1, 4.2 et 4.3 donnent des exemples de profils d’irrégularité pour $\underline{\alpha} = (0.3, 0.7)$, $t_{c_{\max}} = 30$ et $\rho(x) = 0.0437x^7 + 0.9563x^8$. Nous comparons les profils obtenus pour l’allocation optimale du code optimisé BABG (Proposition 5) et ceux obtenus par optimisation sur canal UEP-BABG avec $\epsilon = 0.05, 0.5$ dB. Comme nous pouvons l’observer, le degré minimum associé à la première classe augmente avec la valeur de ϵ et est supérieur à celle d’un code optimisé pour le canal BABG. Nous pouvons vérifier que la proportion totale de branches associées avec la première classe est bien maximisée (cela correspond directement à la fonction de coût utilisé) quand ϵ augmente. Pour la seconde classe, nous observons l’effet de la hiérarchisation de l’optimisation : nous avons moins de diversité pour les degrés de connection. Cela entraîne une concentration des degrés de connection de la seconde classe sur les degrés plus faibles.

BABG					
C_1		C_2		C_3	
λ_7	0.0271	λ_3	0.1765	λ_2	0.2114
λ_8	0.1587	λ_5	0.0541	λ_3	0.0180
λ_{30}	0.2943	λ_7	0.0599	-	-
$\sum_i \lambda_i^{(C_1)}$	0.4801	$\sum_i \lambda_i^{(C_2)}$	0.2905	$\sum_i \lambda_i^{(C_3)}$	0.2294

Tab. 4.1 – Distributions des degrés pour un code de rendement $R = 1/2$ optimisé sur canal BABG avec $\alpha = (0.3, 0.7)$. Les degrés les plus hauts sont associés avec les données les plus sensibles.

UEP ($\epsilon = 0.05$ dB)					
C_1		C_2		C_3	
λ_{10}	0.2310	λ_3	0.14614	λ_2	0.21003
λ_{11}	0.0218	λ_4	0.11795	λ_3	0.02011
λ_{30}	0.2529	-	-	-	-
$\sum_i \lambda_i^{(C_1)}$	0.5058	$\sum_i \lambda_i^{(C_2)}$	0.2641	$\sum_i \lambda_i^{(C_3)}$	0.2301

Tab. 4-2 – Distributions des degrés pour un code de rendement $R = 1/2$ optimisé sur canal UEP-BABG avec $\epsilon = 0.05$ dB et $\alpha = (0.3, 0.7)$. $R = 1/2$.

UEP ($\epsilon = 0.5$ dB)					
C_1		C_2		C_3	
λ_{16}	0.4774	λ_3	0.2346	λ_2	0.2210
λ_{17}	0.0573	-	-	λ_3	0.0036
λ_{18}	0.0027	-	-	-	-
λ_{19}	0.0010	-	-	-	-
λ_{20}	0.0005	-	-	-	-
λ_{21}	0.0004	-	-	-	-
λ_{22}	0.0003	-	-	-	-
λ_{23} - λ_{24}	0.0002	-	-	-	-
λ_{25} - λ_{30}	0.0001	-	-	-	-
$\sum_i \lambda_i^{(C_1)}$	0.5408	$\sum_i \lambda_i^{(C_2)}$	0.2346	$\sum_i \lambda_i^{(C_3)}$	0.2246

Tab. 4-3 – Distributions des degrés pour un code de rendement $R = 1/2$ optimisé sur canal UEP-BABG avec $\epsilon = 0.5$ dB et $\alpha = (0.3, 0.7)$. $R = 1/2$.

4.3.1.3 Analyse asymptotique des gain UEP

Afin de pouvoir prédire le comportement des codes optimisés, nous analysons les gains asymptotiques en E_b/N_0 obtenus pour les classes 1 et 2 pour 7 itérations de décodage et un taux d'erreur binaire de 10^{-5} quand on utilise l'évolution de l'information mutuelle. La comparaison est effectuée entre le code optimisé pour le canal BABG et le code obtenu par optimisation sur un canal UEP-BABG. L'allocation pour le code optimisé sur canal BABG est réalisée selon la proposition 5. Nous effectuons cette étude pour différentes configurations de protection inégale $\underline{\alpha}$ et $t_{c\max} = 15, 30$. R est fixée à $R = 1/2$. Pour $t_{c\max} = 15$, nous avons $\rho(x) = 7$. Les résultats sont alors donnés figure 4.4.

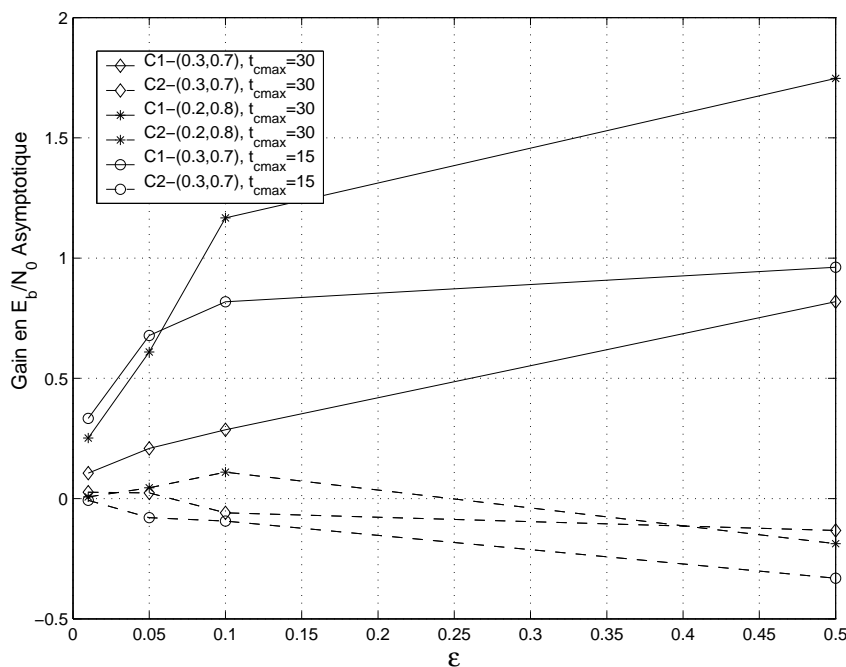


Fig. 4.4 – Gains asymptotiques E_b/N_0 pour les classes d'information C_1 et C_2 . Le gain E_b/N_0 est déterminé pour une probabilité d'erreur TEB= 10^{-5} après 7 itérations de décodage. La classe C_1 est en trait plein et C_2 en trait pointillé

Dans tous les cas observés, le gain de la première classe augmente quand ϵ croît. Ainsi, de manière asymptotique, nous pouvons voir que les codes optimisés pour la protection inégale contre les erreurs ont des capacités de protection inégale accrues pour la première classe. Pour la seconde classe, le comportement de protection dépend de la valeur de l'offset ϵ . Ainsi pour de faibles valeurs de ϵ et $t_{c\max} = 30$, nous avons une amélioration sensible des performances pour la deuxième classe. Cependant, quand la valeur de ϵ devient trop importante, les capacités de protection inégale de la deuxième classe se dégradent et deviennent moins bonnes que pour le code optimisé BABG. L'interprétation d'un tel comportement peut alors être la suivante: quand ϵ croît, comme l'optimisation est hiérarchique, nous assignons à la première classe trop de branches (la densité du graphe associée avec la première classe augmente avec ϵ). Ainsi, la deuxième classe sera très fortement contrainte et se verra assignée des noeuds de degré concentrés et de faibles taux de connection. De

plus, quand ϵ croît, les performances globales du code se dégradent, et la seconde classe étant déjà affaiblie, ceci est accentué par la dégradation possible de la convergence globale. Pour $\underline{\alpha}$ donné, nous observons que, pour $t_{c\max} = 15$, nous atteignons plus vite que pour $t_{c\max} = 30$ les meilleures capacités de protection inégale (phénomène de saturation dû au fait que le degré maximum de connections est limité). Mais tout ceci est mitigé par les performances de la seconde classe : la perte de performance pour $t_{c\max} = 30$ est moindre que pour $t_{c\max} = 15$. Une autre observation peut-être faite. Pour un $t_{c\max}$ donné, le gain sur la première classe sera d'autant plus important que la distribution des deux classes sera dissymétrique. Ceci s'explique par le fait que pour une première classe petite, il est plus facile de concentrer des branches car les contraintes sont moindres.

Nous allons voir maintenant que toutes ces observations sont confirmées par simulations. Ceci montrera que l'étude asymptotique, si elle ne peut prédire de manière quantitative les performances, constitue une bonne approche qualitative des performances simulées. Aux vues des résultats, la sélection d'un bon code pour l'UEP correspond au meilleur compromis possible au regard des performances des deux classes d'informations pour une application donnée.

4.3.2 Performances

4.3.2.1 Cas de deux classes d'information

Dans ce paragraphe, nous considérons pour chaque code les paramètres suivants : $\rho(x) = 0.0437x^7 + 0.9563x^8$, $t_{c\max} = 30$, $N = 4096$, $N = 30000$, $R = 1/2$, $\underline{\alpha} = (0.2, 0.8)$, $\epsilon = 0.1$ et $\epsilon = 0.5$. Après 7 itérations de décodage, nous comparons les taux d'erreur bit pour les classes 1 et 2 en fonction du rapport signal à bruit E_b/N_0 pour un code optimisé pour le canal UEP-BABG et un code optimisé pour le canal BABG. Comme nous pouvons le voir figures 4-5 et 4-6, pour un TEB cible de 10^{-5} , et $\epsilon = 0.1$ dB, nous avons amélioré les performances pour les deux classes. Le gain est d'environ 0.5 dB pour la classe 1 pour $N = 4096$ et $N = 30000$, et pour la seconde classe, d'environ 0.25 dB pour $N = 4096$ et 0.2 dB pour $N = 30000$. Pour $\epsilon = 0.5$ dB, nous avons un gain pour la première classe seulement, environ 0.8 dB pour $N = 30000$ et 0.7 dB pour $N = 4096$. Pour la seconde classe, comme prédit par les courbes asymptotiques, nous avons une légère dégradation des performances, soit environ -0.25 dB pour $N = 4096$ et -0.2 dB pour $N = 30000$.

4.3.2.2 Cas de trois classes d'information

Les paramètres d'optimisation sont les suivants : $N_c = 4$, $\underline{\alpha} = (0, 25, 0.25, 0.5)$, $R = 1/2$, $\epsilon = 0.05$ dB, $\rho(x) = 0.0437x^7 + 0.9563x^8$, $t_{c\max} = 30$ et $N = 4096$. Nous donnons figure 4-7 les résultats des simulations. Comme attendu, le TEB de la première classe est bien diminué par l'utilisation du code optimisé sur canal UEP-BABG. Mais ici, en raison de la structure hiérarchique, nous avons une dégradation des performances pour la seconde classe. Nous notons cependant que les deux autres classes ont des performances identiques pour les deux codes. Cependant, dans un contexte applicatif tel que la transmission progressive d'image, c'est avant tout la première classe qui se doit d'être sans erreur, afin de pouvoir exploiter au mieux l'information additionnelle fournie par les classes suivantes.

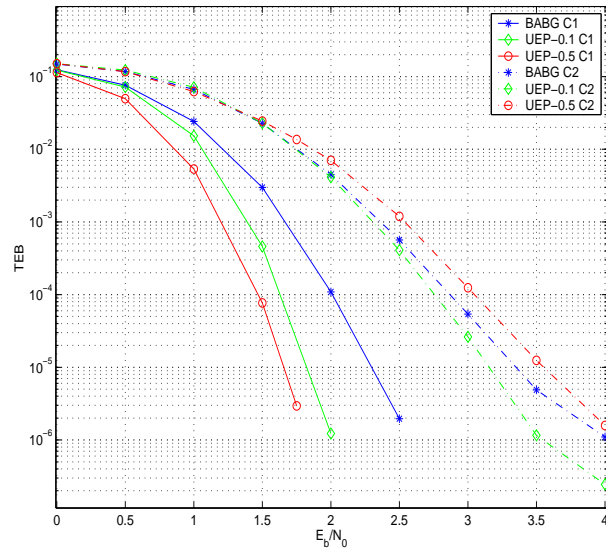


Fig. 4.5 – Taux d’erreur bit pour les deux classes d’information en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. $N = 4096$. C_1 est en trait plein et C_2 en trait pointillé.

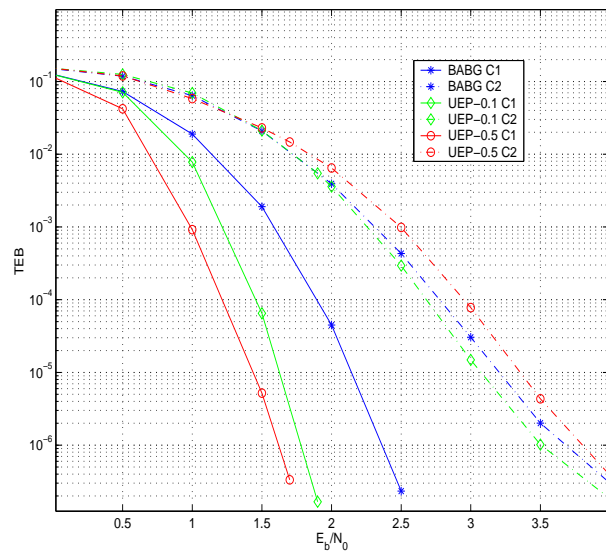


Fig. 4.6 – Taux d’erreur bit pour les deux classes d’information en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. $N = 30000$. C_1 est en trait plein et C_2 en trait pointillé.

Ce que nous espérons, c'est que la dégradation observée sur la seconde classe n'est pas préjudiciable dans un contexte applicatif. C'est pourquoi, nous nous intéressons maintenant à l'utilisation des codes optimisés sur canal UEP-BABG dans le contexte applicatif de la transmission progressive d'images.

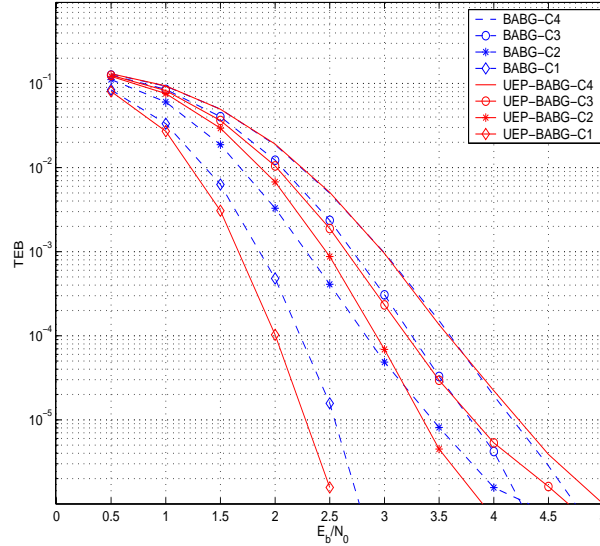


Fig. 4.7 – TEB pour les différentes classes en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage.

4.4 Application à la transmission d'images fixes

4.4.1 Problématique

Nous nous intéressons ici à la transmission d'images fixes. Nous étudierons l'intérêt pratique des codes optimisés dans les paragraphes précédents. En effet, nous avons vu que l'optimisation hiérarchique a pour conséquence de conduire dans certains cas à une dégradation de la seconde classe (dans les cas observés du moins). Utiliser ces codes, optimisés dans un cadre de protection inégale contre les erreurs, dans le contexte applicatif de la transmission progressive d'image, permet de vérifier la pertinence de cette supposition et l'impact de cette dégradation sur les performances. Le décodage séquentiel peut en effet avoir un effet fortement non linéaire sur la reconstruction de l'image en réception.

4.4.1.1 Système de transmission par qualité progressive

Nous considérerons la transmission progressive d'images fixes. Les données de l'image sont alors ordonnées par couches de qualité croissante. Nous considérerons donc un train de bits JPEG2000 [2] compressé en $N_c - 1$ couches de qualité. Les en-têtes sont considérés comme partie intégrante de la couche la plus sensible et ne bénéficient pas de protection particulière. Les données source sont ensuite codées à l'aide d'une matrice systématique (matrice triangulaire supérieure voir chapitre 3.1.1.1) en mots de code de taille fixe N ,

chacun contenant K bits d'information. Le mot de code est ensuite envoyé sur un canal de transmission que nous considérerons comme étant un simple canal BABG. Nous ne considérons pas ici de schémas de type source-canal conjoint comme fait par [93], mais un schéma tandem, puisque ici nous considérons une source avec un nombre fixé de classes de proportions a priori connues. Le schéma de principe de transmission progressive d'image est donné par la figure 4.8.

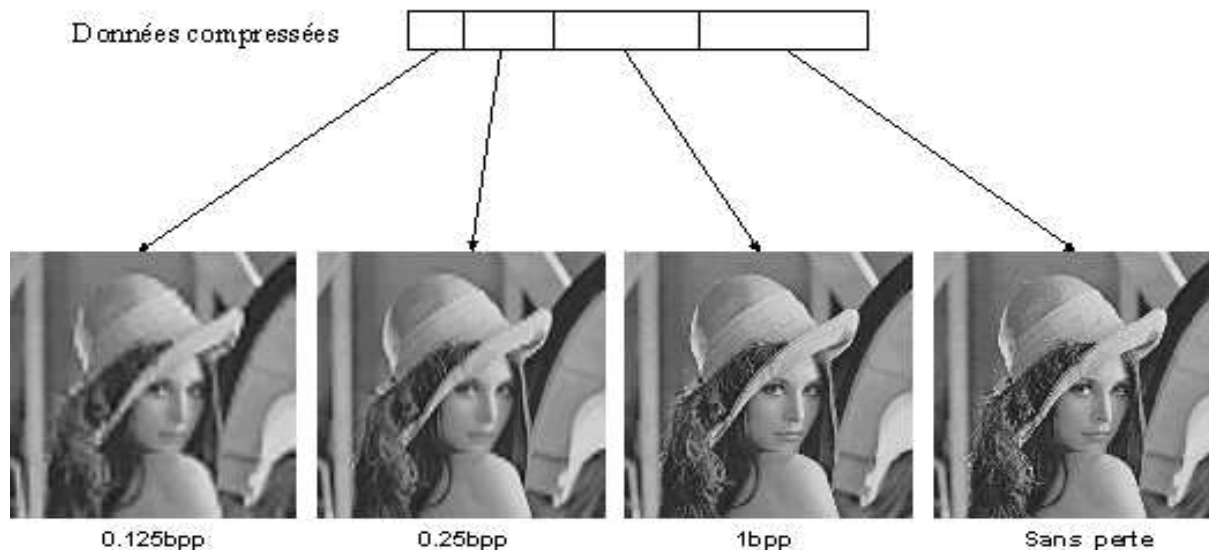


Fig. 4.8 – Transmission d'image progressive : schéma de principe

4.4.1.2 Différents schémas d'allocation de l'information

Nous allons considérer différents schémas d'allocation de l'information sur les mots de code correspondant à deux grands types de transmission : protection égale des données (Equal Error Protection, EEP) et protection inégale des données (UEP). Le schéma d'allocation des données est alors donné par la figure 4.9.

Pour le schéma EEP, le train de bits de l'image compressée est codé directement par un code LDPC systématique bloc par bloc. Aucune allocation permettant de bénéficier de l'irrégularité n'est utilisée. Le code considéré pour ce schéma de référence est le code optimisé sur le canal BABG.

Pour le schéma UEP, les bits d'information de chacune des $N_c - 1$ classes sont alloués à la classe correspondante sur *l'ensemble des mots de code*, ce qui permet ainsi d'utiliser l'irrégularité du code LDPC. Ceci peut alors s'interpréter comme un entrelacement déterministe des données sur l'ensemble des mots de code. Dans cette catégorie, nous comparerons alors les performances entre code optimisé pour le BABG et les codes optimisés pour l'UEP-BABG.

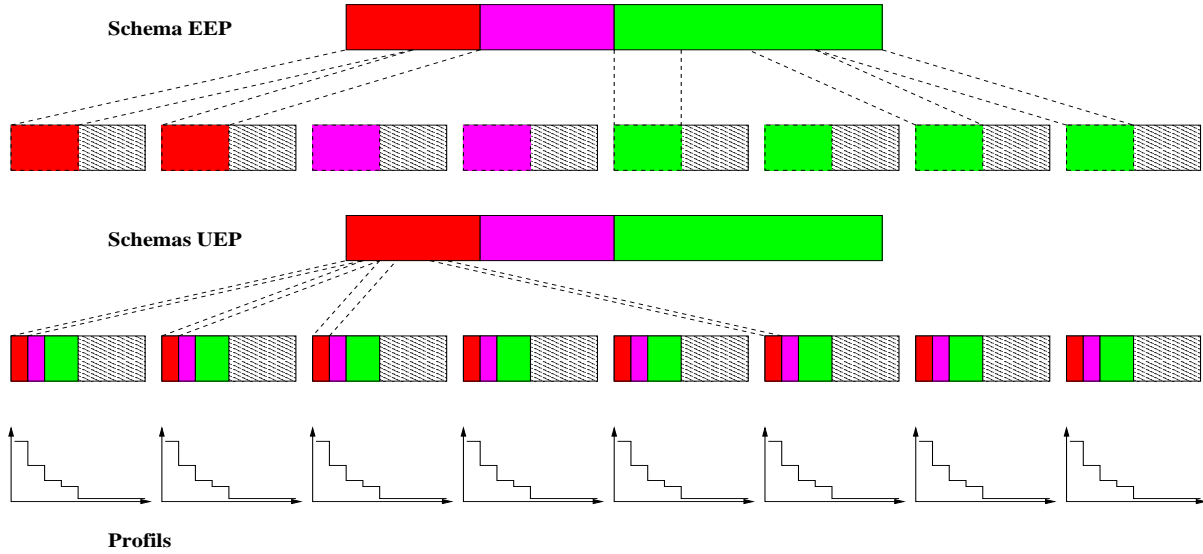


Fig. 4.9 – Allocation de l’information pour un schéma de transmission EEP et UEP

4.4.2 Résultats

Pour les simulations nous considérons l’image ”Léna” compressée en un train de bits JPEG2000 avec trois couches de qualité progressive. Les débits source associés en bit par pixel (bpp) sont donnés par $B = (0.125 \text{ bpp}, 0.250 \text{ bpp}, 0.5 \text{ bpp})$. Ainsi, nous considérerons comme paramètre d’optimisation $\underline{\alpha} = (0.25, 0.25, 0.5)$. Le rendement global de codage est fixé à $R = 1/2$. Le code optimisé pour le canal BABG est alors celui donné au paragraphe 4.3.1.2 avec $\epsilon = 0.05 \text{ dB}$. Les résultats sont donnés pour 100 réalisations indépendantes de Monte-Carlo en utilisant le Verification Model Version 8.6 comme décodeur source (décodeur non robuste). Comme nous considérons des mots de code de taille fixe, des bits de fin de codage sont nécessaires. En comparaison avec la taille du train de bit total, nous négligeons ici leur effet sur le rendement global de codage (de plus, nous avons une influence quasi-identique sur chaque schéma de codage considéré). Nous étudierons deux critères de performances en réception. Comme les en-têtes ne sont pas protégés particulièrement et que le décodeur n’est pas robuste, nous pouvons étudier la probabilité d’échec du décodeur source (crash) à fournir une image reconstituée (même entachée d’erreurs). Ainsi nous comparerons la probabilité d’échec de reconstruction. Puis nous nous intéresserons au critère classique de la fidélité de reconstruction de l’image qu’est le PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) en fonction du rapport signal sur bruit E_b/N_0 .

4.4.2.1 Echec de décodage

La figure 4-10 donne la probabilité d’échec en fonction du rapport signal sur bruit pour les trois schémas de transmission considérés après 7 itérations de décodage. Cette première comparaison entre le schéma de protection uniforme et les deux schémas de protection inégale contre les erreurs nous montre tout l’intérêt que l’on a à profiter de l’irrégularité du code, puisque les performances sont améliorées de manière significative quand on considère une allocation de protection inégale contre les erreurs. Ce gain de performance

s'explique par le fait que les données des en-têtes sont allouées à des noeuds fortement connectés puisque faisant partie intégrante de la première classe. Dans le cas de la protection uniforme contre les erreurs, ce n'est pas forcément le cas et certaines parties des en-têtes peuvent se retrouver sur des noeuds faiblement connectés. Si l'on considère les deux schémas de protection inégale, la différence est moins remarquable, mais n'est tout de même pas négligeable. Nous notons que cette différence diminue quand le nombre d'itérations augmente.

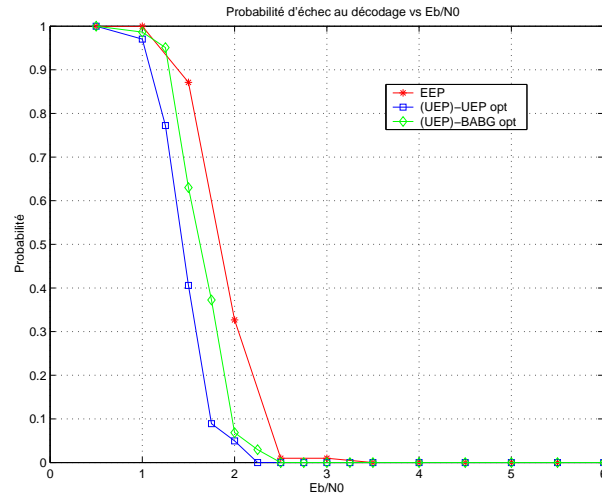


Fig. 4-10 – Probabilité d'échec du décodeur en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. EEP désigne le schéma de protection uniforme, (UEP)-UEP opt et (UEP)-BABG opt désignent respectivement les schémas de protection inégale utilisant un code optimisé UEP-BABG et un code optimisé BABG.

4.4.2.2 PSNR versus E_b/N_0

La figure 4-11 donne le PSNR en fonction de E_b/N_0 pour les différents schémas considérés après 7 itérations de décodage. La comparaison entre les schémas de protection uniforme et inégale donne les mêmes résultats qualitatifs que pour la probabilité d'échec de décodage. Nous pouvons en effet voir l'efficacité du codage UEP pour un nombre d'itérations donné si nous utilisons l'irrégularité inhérente des LDPC. Ceci s'explique par le fait que, quand un codage bloc uniforme est utilisé, nous sommes assujettis aux performances globales du code, alors qu'un schéma de protection inégale utilise les capacités locales de correction, ce qui, pour un PSNR donné, permet de réduire le nombre d'itérations. Une étude supplémentaire serait alors nécessaire pour voir si le délai imposé par l'entrelacement par bloc est plus important que le nombre d'itérations totales supplémentaires nécessaires pour atteindre avec un schéma de protection uniforme, le même PSNR. Pour les schémas de protection inégale, nous pouvons voir le gain obtenu par le code optimisé pour la protection inégale. Ce gain permet un déplacement du point de fonctionnement non négligeable pour le système. Ce gain peut d'ailleurs s'interpréter à l'aide des courbes TEB de la figure 4-7 : jusqu'à $E_b/N_0 = 2.5$ dB, la première classe contient des erreurs. La différence en PSNR des deux schémas de protection inégale est alors directement liée

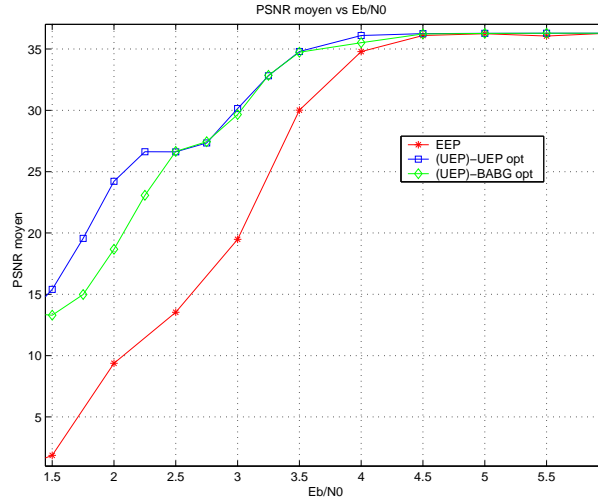


Fig. 4.11 – PSNR moyen en fonction de E_b/N_0 après 7 itérations de décodage. EEP désigne le schéma de protection uniforme, (UEP)-UEP opt et (UEP)-BABG opt désignent respectivement les schémas de protection inégale utilisant un code optimisé UEP-BABG et un code optimisé BABG.

aux performances en TEB des deux codes sur la première classe et l’on retrouve alors quasiment le même décalage pour les deux courbes quand on regarde la première classe. Au-delà de $E_b/N_0 = 2.5\text{dB}$, les performances sont les mêmes. La perte sensible de performances du code optimisé UEP est alors très peu visible, et n’a pas d’impact majeur sur les performances en PSNR. Toutes ces observations sont bien-sûr valables au cours des différentes itérations, mais la différence entre les deux schémas de protection inégale s’estompe au cours des itérations. Ceci souligne l’intérêt des codes LDPC optimisés pour des applications de protection inégale à faible nombre d’itérations.

4.5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode générale d’optimisation des propriétés UEP des codes LDPC. Nous avons montré qu’il était possible de construire des codes qui pouvaient converger localement plus vite qu’un code optimisé sur un canal standard, permettant alors la construction de codes avec de bonnes propriétés de protection inégale. Les codes LDPC optimisés UEP montrent de bonnes performances dans un cadre applicatif tel que la transmission progressive d’image.

Les perspectives de recherche pour ces travaux concernent l’étude des seuils de convergence par évolution de densité afin de caractériser et étudier les performances globales des codes construits. Une étude de robustesse aux variations des proportions peut être utile quand aux applications pratiques de ce type de codes. La comparaison à des schémas de types poinçonnés pour certains types d’applications permettrait de spécifier et caractériser les différents cadres d’applications dans lesquels il est souhaitable d’utiliser telle ou telle méthode. De plus, la méthode proposée d’optimisation est une méthode linéaire hiérarchique. La question serait de considérer une approche non linéaire et de spécifier

une fonction de coût permettant de construire des codes utilisables dans un cadre de protection inégale contre les erreurs. L'extension à des optimisations du codage source-canal conjoints pourrait alors être considérée.

Chapitre 5

Optimisation des codes LDPC pour décodage source-canal conjoint

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une méthode d’optimisation concernant l’émetteur, et en particulier le bloc de codage canal dans le cadre de la protection inégale contre les erreurs. Nous nous intéressons maintenant à l’optimisation de la structure du récepteur composé du décodeur canal et du décodeur source. En particulier, nous cherchons à optimiser le passage d’information entre le décodeur canal et le décodeur source. Pour ce faire, nous cherchons un système de décodage source-canal conjoint qui nous permettra, pour un code source donné, de communiquer sans erreur (ou une probabilité la plus faible possible) pour un rapport signal sur bruit le plus faible possible.

Dans le chapitre 3, nous avons vu que les codes LDPC étaient des codes très performants, constituant une alternative intéressante aux turbo-codes. Ils ont cet avantage que l’on peut optimiser leur structure pour un grand nombre de canaux standards ou non-standards grâce à leur paramétrisation et à l’expression analytique des étapes de décodage. Ainsi, dans le cadre du décodage source-canal conjoint, nous avons vu que les auteurs proposaient des systèmes couplant un système déjà itératif (type turbo-code) avec un décodeur source souple de manière à améliorer les performances du décodeur itératif source-canal ”standard” [10]. Cependant, ce type de système semble difficile à optimiser. L’idée est ici d’utiliser la possible paramétrisation des codes LDPC afin de formaliser de manière analytique ou semi-analytique le décodage, et ainsi de pouvoir optimiser leur structure et trouver des codes permettant d’avoir un seuil de convergence global le plus bas possible.

Nous proposons dans ce chapitre une méthode d’optimisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint. Nous montrerons alors qu’il est possible de modéliser de manière semi-analytique, sous approximation gaussienne, l’évolution de l’information mutuelle pour le système global. La partie semi-analytique sera due au décodeur de source pour lequel nous serons obligés de déterminer la fonction de transfert par la méthode EXIT charts [158]. Nous ferons alors une étude complète du récepteur, et en particulier, nous calculerons la condition de stabilité du système. Nous proposerons alors une méthode d’optimisation générale des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint.

Le chapitre sera organisé de la manière suivante : après avoir présenté la problématique abordée, nous donnerons un exemple de décodage souple et sa caractérisation par EXIT

chart, exemple qui nous servira de support à notre discours et qui nous servira d'illustration pratique. Ensuite, nous présenterons l'étude analytique complète du système et une méthode d'optimisation de l'irrégularité des codes : nous donnerons donc, dans un premier temps, la paramétrisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint et l'analyse asymptotique par évolution de l'information mutuelle sous approximation gaussienne; puis, nous considérerons une méthode d'optimisation des codes pour laquelle nous étudierons les performances des codes obtenus.

L'ensemble des travaux a donné lieu à une soumission d'article de revue (soumis à IEEE Communication Letters, Août 2004) [126] qui présente l'analyse et l'optimisation d'un récepteur itératif source-canal conjoint comprenant un code LDPC sous approximation gaussienne.

5.1 Problématique

Dans la suite nous considérerons un canal de type BABG. Nous nous proposons alors d'étudier le système de décodage itératif présenté figure 5-1, composé d'un décodeur LDPC et d'un décodeur source souple.

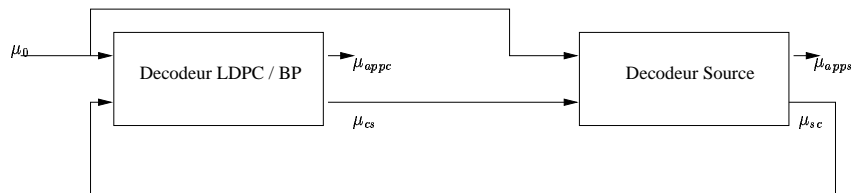


Fig. 5-1 – Schéma bloc pour le décodage source-canal conjoint impliquant un décodeur LDPC

Le décodeur par propagation de croyance étant lui-même itératif, le récepteur global turbo série peut s'interpréter comme un récepteur "doublement itératif". Nous supposons pour des raisons pratiques que le code LDPC est un code systématique. Les entrées du décodeur canal sont les observations du canal et les informations extrinsèques μ_{sc} sur les bits d'information provenant du décodeur source souple. Les entrées du décodeur source sont les observations du canal restreintes aux bits d'information et les valeurs extrinsèques μ_{cs} fournies sur les bits d'informations par le décodeur LDPC. Les deux blocs peuvent donner des valeurs *a posteriori* sur les bits d'information notées μ_{appc} pour le décodeur LDPC et μ_{apps} pour le décodeur source. Une itération complète de décodage sera composée d'une itération de décodage LDPC suivie d'un décodage source souple. Le graphe factoriel équivalent au système proposé est alors donné figure 5-2.

5.2 Décodage de source souple

La méthode que nous proposons de développer est indépendante de l'algorithme de source souple considéré et du type de code entropique traité. Cependant, notre exposé étant avant tout méthodologique, nous présentons un algorithme de décodage source souple de codes

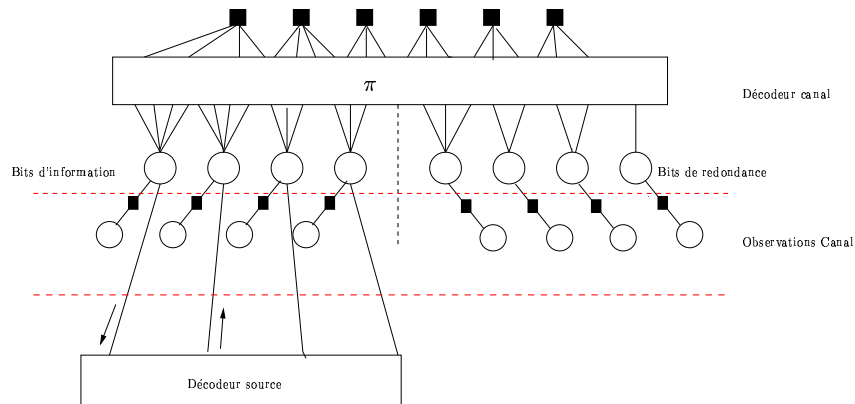


Fig. 5.2 – Graphe factoriel pour le décodage source-canal conjoint impliquant un décodeur LDPC

de type Huffman qui aura valeur d'exemple méthodologique et permettra de mettre en exergue les points sensibles de la méthode.

5.2.1 Un exemple d'algorithme de décodage souple pour VLC

Nous considérons ici le décodage souple de codes source de type Huffman. Nous prendrons, comme type de représentation, le treillis introduit par Balakirsky [6], repris par [10] et plus récemment par [180]. Ce type de treillis est nommé *treillis bit* dans la littérature car chaque section de treillis représente les transitions possibles au temps d'horloge bit.

5.2.1.1 Treillis bit d'un code de type Huffman

En guise d'illustration, nous considérons la source présentée dans [10] et le code de type Huffman associé est donné dans le tableau 5-1. La source est une source sans mémoire : tous les symboles sont indépendants et le code utilisé est un code à longueur variable (Variable Length Code, VLC) réversible [152]. La source a pour entropie $H = 2.14$ et le code a pour longueur moyenne $\bar{l} = 2.46$. La redondance résiduelle est alors donnée par $R_s = H/\bar{l} = 0.86992$.

u	$p_U(u)$	\mathcal{C}
0	0.33	00
1	0.30	11
2	0.18	010
3	0.10	101
4	0.09	0110
$H // \bar{l}$	2.14	2.46

Tab. 5-1 – Source considérée et code VLC associé

La figure 5.2.1.1 donne alors la correspondance entre l'arbre binaire de représentation du code et le treillis bit associé. L'arbre binaire est composé d'une racine, de noeuds

intermédiaires et de feuilles qui représentent les symboles de la source. Le treillis bit est alors obtenu en considérant tous les noeuds intermédiaires de l'arbre comme des noeuds d'état du treillis, la racine et les feuilles de l'arbre constituant, elles, un seul et même noeud d'état. Le treillis est alors caractérisé par les probabilités de transition calculées à l'aide des statistiques de la source.

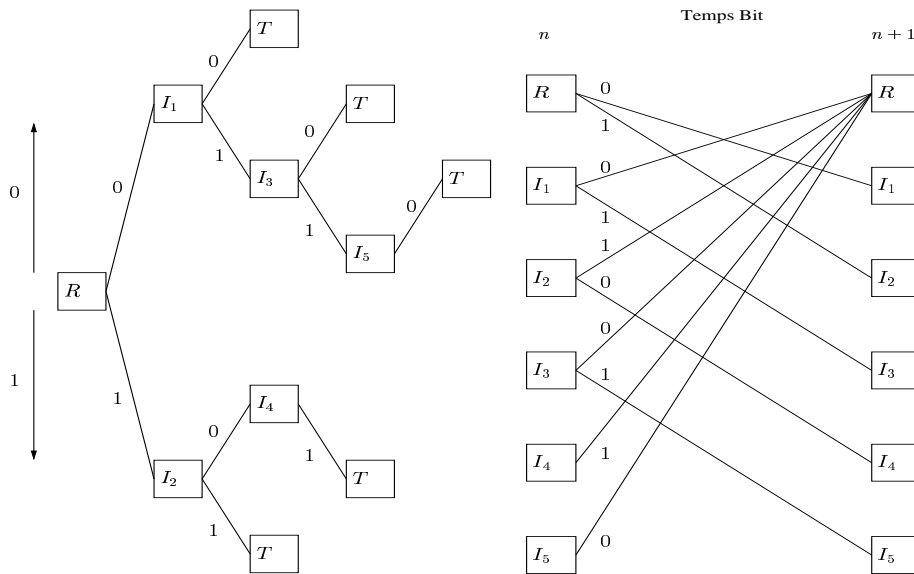


Fig. 5.3 – Treillis bit pour le code $\mathcal{C} = (00, 11, 010, 101, 0110)$.

5.2.1.2 Algorithme MAP sur le treillis bit

Dès lors que l'on se donne une représentation en treillis complète, il est alors possible d'appliquer l'algorithme MAP ou BCJR sur ce treillis [5]. On obtient ainsi un algorithme SISO qui peut fournir une information souple sur les bits. Avec cet algorithme, après décision, nous obtenons une séquence de bits qui peut ne pas être une séquence de mots de code source. Cependant, ce type de représentation est utilisé car il constitue un bon compromis entre complexité algorithmique et performances par rapport à des solutions MAP symboles ou Maximum de Vraisemblance sur une séquence de symboles. Il est souvent remplacé dans un système conjoint par un maximum de vraisemblance dans la dernière itération afin de donner un mot de code source.

5.2.2 Etude du comportement asymptotique à l'aide des EXIT charts

On se restreint aux systèmes itératifs de type série [160]. Ce type de système a cette particularité que, si les performances du décodeur interne dépendent du canal et de l'extrinsèque fournie par le décodeur externe, le décodeur externe lui ne dépend que de l'extrinsèque du décodeur interne. Il y a donc une relation d'entrée-sortie unique qui ne dépend pas des paramètres du canal. Dans le cadre de la concaténation d'un code de type

Huffman et d'un code canal, le code externe est le code type Huffman. La relation entrée-sortie pour le décodeur source, dans le cadre d'une approximation gaussienne, est alors donnée par son EXIT charts [158], obtenue par simulation puisque la relation explicite n'est pas connue.

On suppose le décodeur de source souple de type MAP avec en entrée une information mutuelle a priori (provenant d'un autre module souple) I_A et qui fournit une information mutuelle extrinsèque I_E . Les études basées sur les EXIT charts [158] permettent de définir la fonction de transfert $T(\cdot)$ défini par la relation $I_E = T(I_A)$ avec les hypothèses suivantes :

- (i) Les messages d'information a priori sont supposés indépendants (entrelaceur de grande taille dans le système itératif, soit une approche asymptotique avec mots de code de taille infinie).
- (ii) Les messages a priori (LLR) du décodeur souple sont des variables aléatoires indépendantes suivant une distribution gaussienne consistante, $x_A \sim \mathcal{N}(m, 2m)$, dont l'information mutuelle est donnée par $I_A = J(m)$.

Comme pour certains décodeurs, il n'est pas possible d'explicitier la relation entrée-sortie de manière explicite (et c'est le cas pour les décodeurs de source souple), on estime alors l'information mutuelle de sortie du décodeur par la méthode de Monte-Carlo à l'aide de la relation suivante [60, 37] :

$$I_E = \frac{1}{2} \sum_{b=\pm 1} \int_{\mathbb{R}} f(l_E|b) \log_2 \left(\frac{2f(l_E|b)}{f(l_E|b=+1) + f(l_E|b=-1)} \right) dl_E$$

Cette estimation est réalisée à partir des histogrammes des LLR extrinsèques l_E sachant le bit émis $b = \pm 1$. Cependant, si les propriétés de symétrie et de consistance des densités sont vérifiées sur les histogrammes des messages extrinsèques, il est possible de réduire le calcul à l'estimation suivante en sortie de décodeur souple [153]

$$I_E = 1 - \mathbb{E}_l[\log_2(1 + e^{-l})] \simeq 1 - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + e^{-b_n|l_E(b_n)|}) \quad (5.1)$$

où N est le nombre d'échantillons pour l'estimation, $b(n) = \pm 1$ le bit émis et $l_E(b_n)$ le LLR extrinsèque associé au bit émis $b(n)$.

En utilisant cette méthode, nous sommes en mesure de donner, figure 5-4, l'EXIT chart du décodeur source souple basé sur le treillis bit du code considéré au paragraphe 5.2.1.1. Cette relation entrée-sortie n'est dépendante que du canal équivalent vu à l'entrée du décodeur source. Le canal équivalent vu en sortie du module décodage source est supposé quasi stationnaire et de paramètre $I_E = T(I_A)$.

Remarque : L'expression de l'information mutuelle telle que donnée par (5.1) suppose que la source est une source binaire équidistribuée, ce qui n'est pas tout à fait le cas en réalité. Cette approximation permet néanmoins de considérer une approximation gaussienne sur l'ensemble du turbo-récepteur source-canal conjoint.

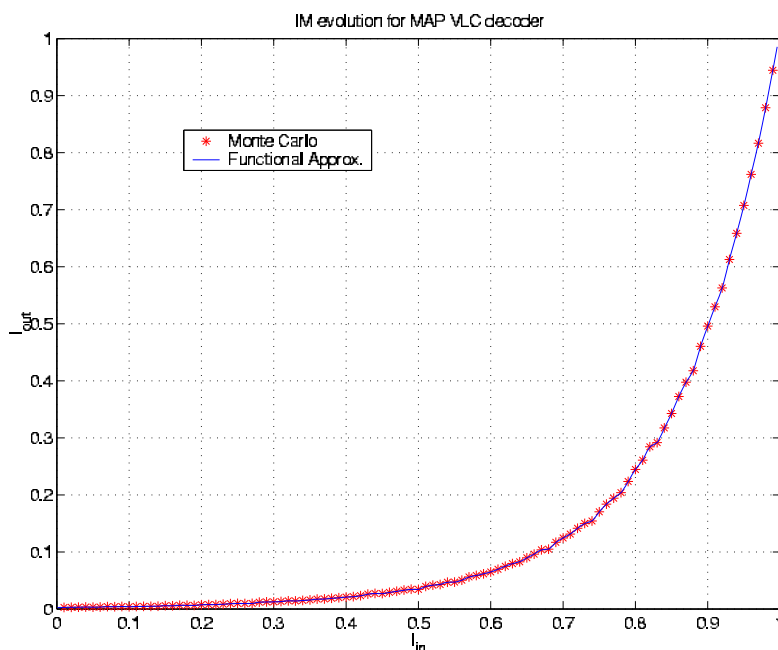


Fig. 5.4 – EXIT chart pour le code $\mathcal{C} = (00, 11, 010, 101, 0110)$. I_{out} en fonction de I_{in}

5.3 Optimisation des codes LDPC irréguliers pour le décodage source-canal conjoint

5.3.1 Modélisation asymptotique du récepteur

5.3.1.1 Hypothèses et notations

Pour les besoins de l'optimisation nous considérons une approche asymptotique, supposant des mots de code de taille infinie et un nombre infini d'itérations. Ceci permet alors de considérer tous les messages transitant dans le graphe comme étant indépendants. L'algorithme de propagation de croyance sera utilisé pour le décodeur LDPC et on considérera un algorithme de type MAP (ou sub-MAP) pour le décodeur souple VLC.

Un des points principaux de notre système est, contrairement aux approches classiques, de ne pas considérer d'entrelaceur entre le décodeur LDPC et le décodeur de source souple. Deux choses principalement le justifient. Premièrement, la présence de l'entrelaceur est généralement requise du fait de la corrélation engendrée par le décodeur MAP sur le treillis du code canal et du code de type Huffman. Dans le cas d'un couplage de code de type Huffman avec un code LDPC, l'entrelaceur interne du LDPC permet à lui seul de garantir l'indépendance des messages transitant dans le graphe. La deuxième raison est une raison fonctionnelle liée à l'optimisation : celle-ci est en effet basée sur l'hypothèse que le décodeur source doit avoir la connaissance du type de degré auquel il est connecté. Cette hypothèse permet alors de considérer la réponse du décodeur source comme stationnaire pour des noeuds consécutifs de même degré de connection. C'est une hypothèse cruciale qui nous permet d'écrire de manière semi-analytique l'évolution de l'information mutuelle dans tout

le graphe sous approximation gaussienne des messages transitant dans tout le graphe. La figure 5-5 donne alors le graphe pour le système particulier d'un code LDPC couplé avec un code de type Huffman représenté par son treillis bit. Notons que nous aurons à différencier bits d'information et de redondance, ce qui supposera une paramétrisation spécifique des codes LDPC pour le décodage source canal-conjoint.

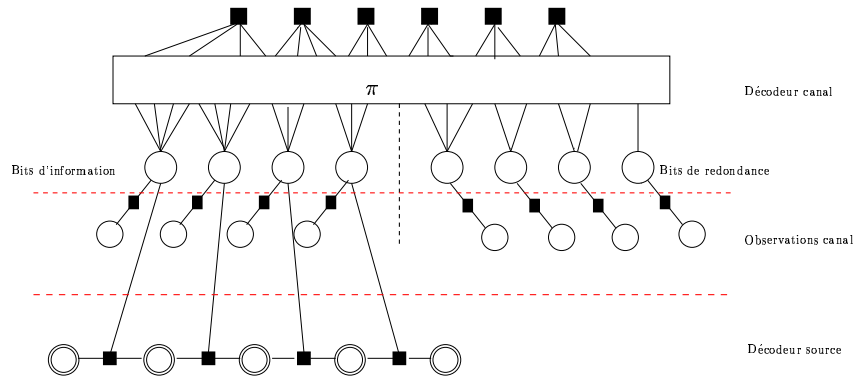


Fig. 5.5 – Graphe factoriel pour le décodage source-canal conjoint impliquant un décodeur LDPC et un décodeur souple de code de types Huffman

5.3.1.2 Paramétrisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint

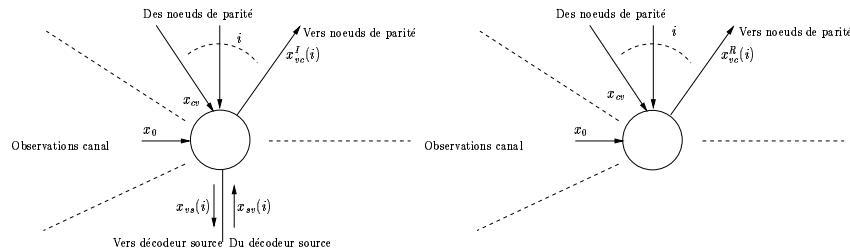


Fig. 5.6 – Messages transitant dans les différents noeuds de données. A gauche, on représente les messages transitant par les noeuds associés aux bits d'information, et à droite ceux transitant par les noeuds associés aux bits de redondance

La figure 5.6 donne les différentes notations utilisées pour les messages transitant par les différents noeuds de donnée. Comme le décodeur source ne produit une information extrinsèque que pour les bits d'information, nous devons distinguer deux types de noeuds de donnée, ceux associés aux bits d'information et ceux associés aux bits de redondance. A l'itération *globale* de décodage l , nous noterons,

- $x_{cv}^{(l)}$: l'information mutuelle associée aux messages en sortie des noeuds de parité transitant vers les noeuds de donnée,
- $x_{vc}^{I(l)}(i)$: l'information mutuelle associée aux messages en sortie des noeuds de donnée de degré i associés aux bits d'information (I) et transitant vers les noeuds de parité,
- $x_{vc}^{R(l)}(i)$: l'information mutuelle associée aux messages en sortie des noeuds de donnée de degré i associés aux bits de redondance (R) transitant vers les noeuds de parité,

- $x_{vs}^{(l)}(i)$: l'information mutuelle associée aux messages à la sortie des noeuds de donnée de degré i associés aux bits d'information et transitant vers le décodeur source,
- $x_{sv}^{(l)}(i)$: l'information mutuelle associée aux messages à la sortie du décodeur source et transitant vers des noeuds de donnée de degré i associés aux bits d'information,
- $x_{vc}^{(l)}$: est l'information mutuelle associée aux messages en entrée des noeuds de parité (après entrelaceur interne du code LDPC). Ainsi, $x_{vc}^{(l)}$ est une somme pondérée des messages $x_{vc}^{I(l)}(i)$ et $x_{vc}^{R(l)}(i)$.

En utilisant l'approximation gaussienne [23], toutes ces quantités peuvent être mises en correspondance avec les moyennes des messages LLR au moyen de la fonction $J(\cdot)$.

La paramétrisation des codes LDPC pour ce type de système est alors donnée par

- $\underline{\rho} = [\rho_2, \dots, \rho_{t_{r_{\max}}}]^\top$: le vecteur représentant la proportion de branches connectées à des noeuds de parité de degré $\{j, j = 2 \dots t_{r_{\max}}\}$,
- $\underline{\lambda}^I = [\lambda_2^I, \dots, \lambda_{t_{c_{\max}}}^I]^\top$: le vecteur représentant la proportion de branches connectées à des noeuds de donnée de degré $\{i, i = 2 \dots t_{c_{\max}}\}$ associés aux bits d'information,
- $\underline{\lambda}^R = [\lambda_2^R, \dots, \lambda_{t_{c_{\max}}}^R]^\top$: le vecteur représentant la proportion de branches connectées à des noeuds de donnée de degré $\{i, i = 2 \dots t_{c_{\max}}\}$ associés aux bits de redondance.

$t_{r_{\max}}$ (resp. $t_{c_{\max}}$) est le degré maximum de connections pour les noeuds de parité (resp. les noeuds de donnée). Nous adopterons les notations vectorielles suivantes : $\underline{\lambda} = [\underline{\lambda}^I, \underline{\lambda}^R]^\top$, $\underline{1}/t_c = [1/2, \dots, 1/t_{c_{\max}}]^\top$ and $\underline{1}/t_r = [1/2, \dots, 1/t_{r_{\max}}]^\top$. $\{\tilde{\lambda}_i^I, i = 2 \dots t_{c_{\max}}\}$ et $\{\tilde{\lambda}_r^R, r = 2 \dots t_{c_{\max}}\}$ représenteront respectivement les proportions de noeuds de donnée associées à des bits d'information et les proportions de noeuds de donnée associées à des bits de redondance. La relation de passage entre les quantités λ_i^I (resp. λ_r^R) et $\tilde{\lambda}_i^I$ (resp. $\tilde{\lambda}_r^R$) est donnée par

$$\tilde{\lambda}_i^I = \frac{\lambda_i^I/i}{\sum_i \lambda_i^I/i + \sum_r \lambda_r^R/r}$$

$$\lambda_i^I = \frac{i\tilde{\lambda}_i^I}{\sum_i i\tilde{\lambda}_i^I + \sum_r r\tilde{\lambda}_r^R}$$

Le canal étant un canal de type BABG, la moyenne des messages d'observation est donnée par $\mu_0 = 2/\sigma^2$ avec σ^2 la variance de bruit du canal.

5.3.1.3 Equations d'évolution de l'information mutuelle

Sous approximation gaussienne des densités des messages transitant dans le graphe, nous pouvons donner les équations d'évolution de l'information mutuelle suivantes :

- Mise à jour des noeuds de données :

(i) Bits d'information :

$$x_{vc}^{I(l)}(i) = J(\mu_0 + (i-1)J^{-1}(x_{cv}^{(l-1)}) + J^{-1}(x_{sv}^{(l-1)}(i)))$$

(ii) Bits de redondance :

$$x_{vc}^{R(l)}(r) = J(\mu_0 + (r-1)J^{-1}(x_{cv}^{(l-1)}))$$

d'où

$$x_{vc}^{(l)} = \sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i^I x_{vc}^{I(l)}(i) + \sum_{r=2}^{t_{c\max}} \lambda_r^R x_{vc}^{R(l)}(r) \quad (5.2)$$

- Mise à jour des noeuds de parité :

$$x_{cv}^{(l)} = 1 - \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j J((j-1)J^{-1}(1-x_{vc}^{(l)})) \quad (5.3)$$

- Mise à jour des messages en entrée de décodeur source :

$$x_{vs}^{(l)}(i) = J(\mu_0 + iJ^{-1}(x_{cv}^{(l)})), \forall i = 2 \dots t_{c\max} \quad (5.4)$$

- Mise à jour des messages en sortie de décodeur source :

$$x_{sv}^{(l)}(i) = T(x_{vs}^{(l)}(i)), \forall i = 2 \dots t_{c\max} \quad (5.5)$$

$T(\cdot)$ est la fonction de transfert EXIT chart du décodeur source déterminée par simulation suivant le paragraphe 5.2.2. L'équation (5.5) vient du fait qu'il n'existe pas d'entrelaceur entre le décodeur LDPC et le décodeur source souple. Ainsi, nous supposons que la réponse de la fonction de transfert est stationnaire sur l'ensemble du mot de code source connecté à des noeuds de degrés i .

Les équations (5.2), (5.3), (5.4) et (5.5) donnent finalement l'EXIT chart complète du système que l'on peut écrire

$$x_{vc}^{(l+1)} = F([\underline{\lambda}^I, \underline{\lambda}^R], x_{vc}^{(l)}, \mu_0) \quad (5.6)$$

Les conditions initiales sont données par $x_{sv}^{(0)}(i) = 0, \forall i = 2 \dots t_{c\max}$ et $x_{cv}^{(0)} = 0$. la condition $F([\underline{\lambda}^I, \underline{\lambda}^R], x_{vc}^{(l)}, \mu_0) > x, \forall x \in [0, 1]$ assure la convergence vers le point fixe $x = 1$ pour l'équation (5.6). La condition de stabilité du point fixe contrôle la convergence au voisinage de ce point et donne alors certaines contraintes sur le profil des codes obtenus par optimisation. Cette condition est alors donnée par $F'([\underline{\lambda}^I, \underline{\lambda}^R], 1, \mu_0) < 1$.

5.3.1.4 Conditions de stabilité

Utilisant les résultats fournis par Roumy [143] sur la dérivée de la fonction $J(\cdot)$, la condition de stabilité est donnée par la proposition suivante :

Proposition 6 *Sous approximation gaussienne et évolution de l'information mutuelle, la condition de stabilité au point fixe est donnée par*

- (i) Si $T(1) = 1$:

$$\lambda_2^R < e^{\frac{1}{2\sigma^2}} / \sum_j \rho_j (j-1)$$

(ii) Si $T(1) < 1$:

$$\lambda_2^I e^{-\frac{M}{4}} + \lambda_2^R < e^{\frac{1}{2\sigma^2}} / \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)$$

avec $M = J^{-1}(T(1))$.

Remarque : Notons que si $T(1) \rightarrow 1$, $M \rightarrow +\infty$, et ainsi la condition (ii) conduit à la condition (i).

Preuve :

Utilisant l'équation (5.6), nous pouvons écrire

$$F(x) = F_I(x) + F_R(x)$$

où $F_I(\cdot)$ et $F_R(\cdot)$ sont associées respectivement à l'évolution de l'information mutuelle sur les noeuds associés aux bits d'information et à l'évolution de l'information mutuelle sur les noeuds associés aux bits de redondance.

• La dérivée $F_R(x)$ au point fixe $x = 1$ est donnée par

$$\frac{dF_R}{dx}(1) = \sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i^R(i-1) \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu)}{J'(\mu)} \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)$$

avec

$$\mu = J^{-1}\left(1 - \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j J((j-1)J^{-1}(1-x))\right).$$

Utilisant un résultat de [143], pour μ grand, nous avons

$$J'(\mu) \sim \log_2(e) \frac{\sqrt{\pi} e^{-\frac{\mu}{4}}}{4 \sqrt{\mu}}. \quad (5.7)$$

Il vient alors

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu)}{J'(\mu)} &= \lim_{\mu \rightarrow +\infty} e^{-\frac{(\mu_0 + (i-2)\mu)}{4}} \sqrt{\frac{\mu}{\mu_0 + (i-1)\mu}} \\ &= \begin{cases} e^{-\frac{\mu_0}{4}} & , i = 2 \\ 0 & , i \geq 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne l'expression finale de la dérivée de $F_R(\cdot)$ au point $x = 1$:

$$\frac{dF_R}{dx}(1) \sim \lambda_2^R \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1) e^{-\frac{1}{2\sigma^2}}. \quad (5.8)$$

• En supposant que la fonction de transfert $T(\cdot)$ admet une dérivée à gauche au point $x = 1$ ($\lim_{x \rightarrow 1^-} T'(x) = L$, i.e. il n'existe pas d'asymptote verticale pour le graphe de $T(\cdot)$ au point $x = 1$), la dérivée de $F_I(x)$ au point $x = 1$ est donnée par l'équation (5.9)

$$\begin{aligned} \frac{dF_I}{dx}(1) = & \sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i^I(i-1) \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{i}{(i-1)} T'(J(\mu_0 + i\mu)) \frac{J'(\mu_0 + i\mu)}{J'(\eta(\mu))} \right] \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu + \eta(\mu))}{J'(\mu)} \\ & \times \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1) \quad (5.9) \end{aligned}$$

avec $\eta(\mu) = J^{-1}(T(J(\mu_0 + i\mu)))$.

De plus en utilisant (5.7), nous avons

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + i\mu)}{J'(\eta(\mu))} &= \lim_{\mu \rightarrow +\infty} e^{-\frac{(\mu_0 + i\mu - \eta(\mu))}{4}} \sqrt{\frac{\eta(\mu)}{\mu_0 + i\mu}} \\ \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu + \eta(\mu))}{J'(\mu)} &= \lim_{\mu \rightarrow +\infty} e^{-\frac{(\mu_0 + (i-2)\mu + \eta(\mu))}{4}} \sqrt{\frac{\mu}{\mu_0 + (i-1)\mu + \eta(\mu)}} \end{aligned}$$

Comme $\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \eta(\mu) = \lim_{\mu \rightarrow +\infty} J^{-1}(T(J(\mu_0 + i\mu))) = J^{-1}(T(1))$, deux cas sont à distinguer :

(i) $T(1) < 1$: cela implique que $\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \eta(\mu) = M$ avec M grand et il s'en suit :

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + i\mu)}{J'(\eta(\mu))} &= 0 \\ \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu + \eta(\mu))}{J'(\mu)} &= \begin{cases} e^{-\frac{(\mu_0 + M)}{4}} & , i = 2 \\ 0 & , i \geq 3 \end{cases} \end{aligned}$$

(ii) $T(1) = 1$: nous supposons alors valable l'équivalence suivante $\eta(\mu) \sim \mu_0 + i\mu$ pour μ suffisamment grand, et il s'en suit alors :

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + i\mu)}{J'(\eta(\mu))} &= 1 \\ \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{J'(\mu_0 + (i-1)\mu + \eta(\mu))}{J'(\mu)} &= 0 \end{aligned}$$

Finalement, la condition de stabilité peut s'exprimer de la façon suivante :

(i) $T(1) < 1$:

$$\lambda_2^I e^{-\frac{M}{4}} + \lambda_2^R < e^{\frac{1}{2\sigma^2}} / \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)$$

(ii) $T(1) = 1$:

$$\lambda_2^R < e^{\frac{1}{2\sigma^2}} / \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)$$

■

Discussion et interprétation

Comme nous venons de le voir, la condition de stabilité n'est plus comme sur les canaux standards [138] une condition ne dépendant que du canal, mais elle dépend aussi de la fonction de transfert $T(\cdot)$ du décodeur source (décodeur externe). La condition de stabilité est en effet fonction de la réponse de la fonction de transfert au point $T(1)$. On peut alors donner une interprétation de la valeur de ce point comme [157] dans le cadre de la turbo-égalisation en terme de capacité de canal: si on considère l'estimation de l'information mutuelle de sortie sous approximation gaussienne en tenant compte de la distribution non symétrique de la source, le point $T(1)$ peut s'interpréter directement comme la capacité maximum d'un canal gaussien à entrée non symétrique, ce qui explique la possibilité d'avoir une valeur $T(1) < 1$. Si on considère comme approximation supplémentaire que la source est quasi équidistribuée (hypothèse utilisée par [60, 37]), la valeur obtenue en $T(1)$ correspond à une projection de cette capacité dans le cadre d'une approximation gaussienne avec source équidistribuée. Ce qui permet là aussi d'interpréter le fait que $T(1) < 1$.

Analysons maintenant la contrainte sur les noeuds de degrés 2, contrainte à considérer différemment suivant la valeur de $T(1)$. Ceci peut s'interpréter de la façon suivante: quand $T(1) = 1$, on peut interpréter la branche de retour du décodeur source vers le décodeur LDPC comme une branche virtuelle supplémentaire au graphe. Ainsi tous les noeuds d'information sont virtuellement connectés à $i + 1$ branches, mais bien-sûr, ceci n'est pas vrai pour les noeuds associés à la redondance. Les noeuds de degrés 2 de la redondance sont limités, car ils ne bénéficient pas de la diversité supplémentaire qu'apporte finalement le décodeur source aux bits d'information. Quand $T(1) < 1$, cela signifie que l'ensemble du décodeur source sature en une valeur seuil: cette valeur seuil n'est limitante que pour les degrés deux (d'après les équations) et l'on retrouve bien le fait que les degrés 2 sont limités pour la redondance et pour la partie information.

5.3.2 Algorithme d'optimisation pour le décodage source canal conjoint

5.3.2.1 Formalisation du problème d'optimisation

Fonction de coût

Selon (5.6), nous pouvons voir que l'évolution de l'information mutuelle est une fonction linéaire des paramètres λ_i^I , $i = 2 \dots t_{c\max}$ et λ_r^R , $r = 2 \dots t_{c\max}$. Et elle ne nécessite que de

connaître la fonction de transfert du code source.

Comme nous nous intéressons à l'optimisation du code LDPC, nous proposons de minimiser le seuil de convergence du système complet. De manière analogue au canal BABG, cela suppose de passer par deux étapes décrites au chapitre 3.1.4.1. La première étape consiste en la maximisation du rendement. Comme relaté dans [23], maximiser le rendement R est équivalent à maximiser la fonction de coût :

$$\mathcal{C} = \sum_{i=2}^{t_{c\max}} \lambda_i^I/i + \sum_{r=2}^{t_{c\max}} \lambda_r^R/r$$

De plus, nous avons une contrainte sur les proportions, due au fait que les codes LDPC considérés sont systématiques, qui implique la relation suivante sur les proportions de noeuds $\{\tilde{\lambda}_i^I, i = 2 \dots t_{c\max}\}$: $\sum_{i=2}^{t_{c\max}} \tilde{\lambda}_i^I = R$. Ceci est alors équivalent à

$$\sum_{r=2}^{t_{c\max}} \lambda_r^R/r = \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j/j \quad (5.10)$$

Comme nous le voyons, contraintes et fonction de coût sont linéaires en $\underline{\lambda}$ pour $\underline{\rho}$ et σ^2 fixés.

5.3.2.2 Algorithme d'optimisation

L'optimisation se fait alors en deux temps :

- **Maximisation du rendement pour $\underline{\rho}$ et σ^2 fixés**

$$\underline{\lambda}_{opt} = \max_{\underline{\lambda}} [\underline{1}/\underline{t}_c^\top, \underline{1}/\underline{t}_r^\top]^\top \underline{\lambda} \quad (5.11)$$

sous les contraintes suivantes :

[C₁] Contraintes de proportions :

$$\begin{aligned} \mathbf{1}^\top \underline{\lambda} &= 1 \\ \underline{1}/\underline{t}_c^\top \underline{\lambda}^R &= \underline{1}/\underline{t}_r^\top \underline{\rho} \end{aligned}$$

[C₂] Contraintes de convergence (cf. équation (5.6)) :

$$F(\underline{\lambda}, x, 2/\sigma^2) > x$$

[C₃] Condition de stabilité (cf. Proposition 6) :

$$\lambda_2^I e^{-\frac{M}{4}} + \lambda_2^R < e^{\frac{1}{2\sigma^2}} / \sum_{j=2}^{t_{r\max}} \rho_j(j-1)$$

- **Minimisation du seuil**

En utilisant l'étape précédente, on recherche pour $\rho(x)$ fixé, la valeur maximale σ^2 pour laquelle on atteint le rendement cible R qui nous donne alors la valeur

$\delta_\rho = 1/(2R\sigma^2)$. Il reste maintenant à réaliser cette optimisation pour différentes valeurs de $\underline{\rho}$ et choisir le couple solution $(\underline{\lambda}, \underline{\rho})$ qui minimise la valeur du seuil δ_ρ . Une façon pertinente de fixer $\rho(x)$ est de réduire le polynôme à un polynôme défini avec deux degrés voisins $\rho(x) = \rho_j x^{j-1} + (1 - \rho_j)x^j$. Le paramètre d'optimisation sur $\rho(x)$ est alors réduit au degré moyen des noeuds de parité $\bar{\rho}$.

5.3.2.3 Etude du seuil de convergence

Nous avons mis en oeuvre cette optimisation pour le code étudié au chapitre 5.2.1.1. Considérant alors des degrés concentrés $\rho(x)$ [23], nous avons réalisé l'optimisation pour différentes valeurs $\bar{\rho} = \rho j + (1 - \rho)(j + 1)$. Pour un rendement donné R et $t_{c_{\max}}$ fixé, les seuils optimaux $\delta^* = 1/(2R\sigma^2)$ sont calculés au travers des différentes optimisations. La figure 5-7 donne δ^* en fonction de $\bar{\rho}$ pour $t_{c_{\max}} = 30$ et $R = 1/2$. On montre alors que, dans le cas de l'évolution de l'information mutuelle, il existe une valeur $\bar{\rho}_{opt}$ pour laquelle le seuil de convergence est minimisé pour $t_{c_{\max}}$ donné comme pour le cas des canaux standards [27]. Cette valeur de seuil diminue quand $t_{c_{\max}}$ croît et $\bar{\rho}_{opt}$ croît également.

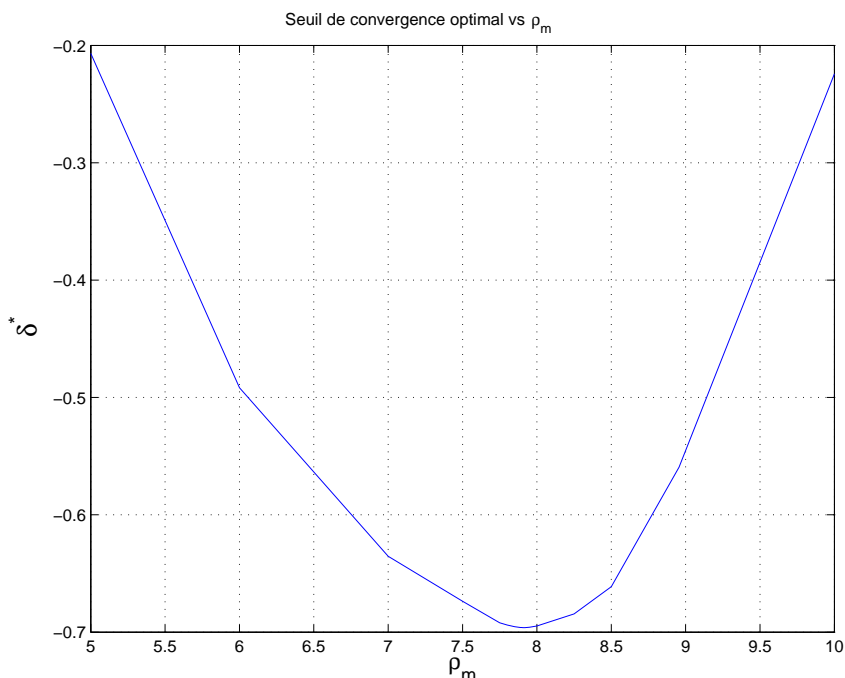


Fig. 5-7 – Evolution du seuil de convergence en fonction de $\bar{\rho}$ (ρ_m sur la figure) pour $t_{c_{\max}} = 30$. La valeur optimale du seuil de convergence est obtenue pour $\bar{\rho} = 7.91$.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 5-7, la valeur optimale est obtenue pour $\bar{\rho} = 7.91$.

5.3.2.4 Exemple de profil

Avec $\bar{\rho} = 7.91$, le profil obtenu pour $R = 1/2$ et $t_{c_{\max}} = 30$ est donné par $\lambda(x) = \lambda^I(x) + \lambda^R(x)$ avec

$$\begin{aligned}\lambda^I(x) &= 0.1130x + 0.0830x^3 + 0.1201x^4 + \\ &\quad 0.0588x^8 + 0.1044x^9 + 0.2516x^{29} \\ \lambda^R(x) &= 0.2216x + 0.0475x^2\end{aligned}$$

Les deux polynômes $\lambda^I(x)$ et $\lambda^R(x)$ définissent l'irrégularité du code LDPC. Les deux parties du profil sont très différentes, montrant la différence entre l'évolution de l'information mutuelle dans la partie information et la partie redondance. Comme résultat d'optimisation, il apparaît que les bits peu connectés sont associés aux bits de redondance, alors que les bits les plus fortement connectés sont associés aux bits d'information. Ainsi, de manière naturelle, l'optimisation alloue les degrés connectés les plus hauts aux bits d'information pour bénéficier au mieux de l'accroissement (dû à la diversité apportée par le décodeur source) d'information apporté par le décodeur source souple.

5.3.3 Résultats de simulations

Nous nous intéressons maintenant aux performances du système complet. Ce qui nous intéresse étant de réaliser une optimisation qui permette de donner des codes capables d'atteindre la capacité du système *global*, nous étudierons le TEB pour des mots de codes suffisamment longs (ce qui nous intéresse dans un premier temps, c'est de voir à quelle distance nous sommes de la capacité). Nous prenons donc $N = 30000$ et considérons un code LDPC systématique de rendement $R = 1/2$ avec $t_{c_{\max}} = 30$. Dans ce cas, $\bar{\rho} = 7.91$. La redondance de la source utilisée est $R_s = H/\bar{l} = 0.86992$. Ainsi, le rendement global de la chaîne est $R_T = R_s R = 0.43496$. Pour ce rendement R_T , la capacité de Shannon sur canal BABG donne le seuil théorique asymptotique $E_b/N_0 = -0.0957$ dB. Le TEB du code obtenu sera comparé au meilleur code de rendement $R = 1/2$ optimisé pour le canal BABG donné par [22] avec le paramètre $t_{c_{\max}} = 30$. Dans ce cas, $\bar{\rho} = 8.95630$. Les bits d'information sont alors associés aux R noeuds de donnée avec les degrés de connection les plus hauts, ce qui correspond a priori au meilleur mapping possible.

La figure 5-8 donne les performances en terme de TEB pour un code de rendement $R = 1/2$ et $N = 30000$ après 150 itérations de décodage. Comme nous pouvons le constater, le code optimisé pour le décodage source canal conjoint améliore d'environ 0.4 dB les performances du code optimisé sur canal BABG. Ceci démontre bien que l'on peut construire des codes adaptés au décodage source-canal conjoint qui permettent de communiquer à un point de fonctionnement meilleur que celui d'un code optimisé pour un canal standard.

5.4 Conclusion et Perspectives

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode générale d'optimisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint. Après avoir donné la paramétrisation des

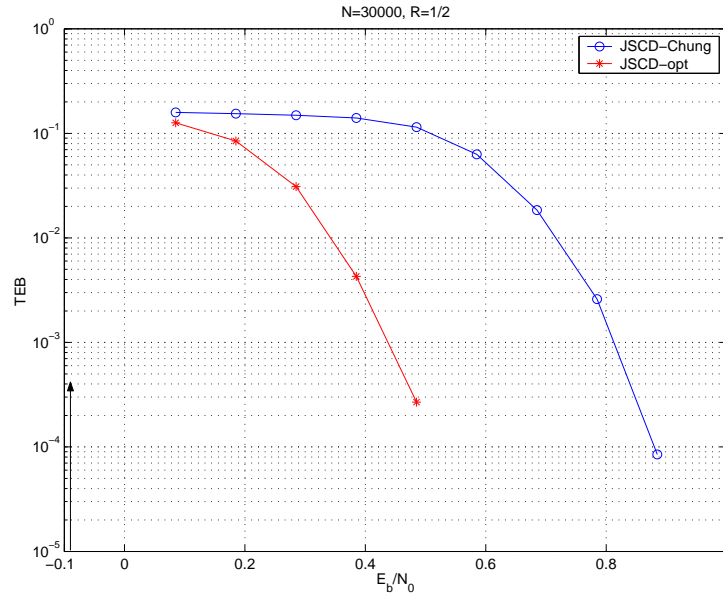


Fig. 5.8 – TEB en fonction du rapport signal sur bruit E_b/N_0 . $R = 1/2$, $N = 30000$ et $t_{c\max} = 30$. Comme nous pouvons le constater, le code optimisé pour le décodage source-canal conjoint a de meilleures performances que le code optimisé pour le canal BABG.

codes pour ce type d'application, nous avons dérivé les équations d'évolution de l'information mutuelle nécessaire à l'analyse de la convergence de ce type de récepteur sous approximation gaussienne. L'analyse de la convergence permet de calculer la condition de stabilité du système itératif global. Cette condition est fonction des paramètres du canal et de la fonction de transfert du code source $T(\cdot)$. De cette paramétrisation semi-analytique, nous proposons un algorithme d'optimisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint, basé sur la minimisation du seuil de convergence. L'analyse des performances permet de mettre en évidence le gain obtenu avec les codes optimisés pour le décodage source-canal conjoint vis-à-vis de codes optimisés pour un canal standard.

Les perspectives de recherche concernent l'étude de ce type de schéma par évolution de densité (caractérisation complète) en s'inspirant des méthodes utilisées pour la turbo-égalisation et l'application de ce type d'étude à des algorithmes de complexité réduite (informations extrinsèques pauvres).

Conclusion et perspectives

Cette thèse est consacrée à l'allocation et l'optimisation des ressources d'une chaîne de communication pour des transmissions multimédia. Pour ce faire, nous avons considéré trois points d'étude qui s'intéressent à trois aspects d'optimisation sur la chaîne globale de transmission :

- Allocation des puissances et des rendements dans le cadre de transmissions multi-utilisateurs sous la contrainte de performances cibles en réception.
- Optimisation des propriétés de protection inégale contre les erreurs pour le codage canal.
- Analyse et Optimisation d'un récepteur source-canal conjoint.

La méthodologie adoptée pour l'étude de ces trois points est la suivante : après avoir modélisé le comportement du système de manière analytique ou semi-analytique, nous sommes à même de lier les performances du système aux paramètres d'optimisation du système et aux caractéristiques du canal. De cette caractérisation, nous déduisons alors une stratégie d'optimisation.

Dans le cadre de l'optimisation des ressources pour un système DS-CDMA, la modélisation des performances en réception permet de lier les puissances et les rendements d'émission au rapport signal sur bruit équivalent E_b/N_e en sortie de récepteur et ainsi de pouvoir prédire les performances en terme de TEB ou TEBC en sortie de décodeur canal. Dans le cadre de transmissions multimédia, nous avons proposé l'utilisation alternative du TEBC, qui permet de prendre en compte la spécificité d'un décodeur de source robuste. La plupart des stratégies existantes proposent la maximisation du rendement total sur la cellule comme critère d'optimisation sous contrainte d'un E_b/N_e cible. Cette stratégie ayant comme inconvénient de priver de transmission certains utilisateurs (les plus faibles en fait), nous avons proposé l'alternative duale qui cherche à maximiser le rendement minimum pour tous les utilisateurs. La solution optimale dans le cas continu vise à adapter tous les utilisateurs à l'utilisateur le plus faible, ce qui rejoint les approches classiques visant à limiter l'effet proche-lointain. Pour ce type de systèmes, nous avons alors réalisé l'étude des performances analytiques, ainsi que l'étude de la quantification de la solution continue sur les performances du système.

Dans le cadre de l'optimisation du bloc de codage canal pour la protection inégale contre les erreurs, nous nous sommes intéressés à l'optimisation de la structure des codes LDPC pour ce type d'application. Le choix de ce type de codes fut motivé par leur bonnes performances sur les canaux standards et leur capacité inhérente à fournir une protection différente sur l'ensemble du mot de code. Ainsi, après avoir paramétré les codes LDPC pour ce type d'applications, nous avons proposé une méthode originale d'optimisation

hiérarchique basée sur la maximisation du degré moyen alloué à chaque classe. Cette allocation vise à optimiser tout d'abord les performances des classes les plus sensibles afin de leur allouer le plus de ressources possibles. Cette stratégie est justifiée par le fait que le décodage est généralement séquentiel et que l'utilisation des classes les moins sensibles est obsolète si les classes les plus sensibles sont erronées. Nous avons ainsi montré qu'il était possible de construire des codes qui convergent localement plus vite que le code optimisé pour un canal standard donné, même si les performances globales de ce code sont dégradées. L'intérêt pratique de ce type de codes fut ensuite analysé en considérant leur utilisation dans le contexte de la transmission progressive d'images. Si nous nous sommes intéressés au canal BABG, ce type d'approche est néanmoins généralisable à tous les canaux standards

C'est encore la famille des codes LDPC qui fut retenue pour le troisième point d'étude qu'est l'analyse et l'optimisation d'un récepteur source-canal conjoint. Le choix fut motivé là encore par les performances de cette famille et la facilité de paramétrisation de ces codes qui permet une caractérisation complète du turbo récepteur. Ainsi, dans le cadre d'une approximation gaussienne, nous avons montré qu'il était possible de caractériser complètement de manière semi-analytique la convergence de ce récepteur source-canal conjoint. Nous avons montré que la stabilité du système est liée aux caractéristiques du canal et de la fonction de transfert du décodeur source (obtenue à l'aide d'EXIT charts simulées) uniquement. De cette caractérisation du système, nous avons déduit une méthode d'optimisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint basée sur un critère de minimisation du seuil de convergence. Ainsi par simulations, nous avons pu montrer que les codes obtenus avaient de meilleurs seuils de convergence qu'un code optimisé sur un canal standard. Cette approche est très générique car elle peut s'adapter à tout décodeur source à entrées et sorties souples, mais aussi à tout autre bloc à entrées et sorties souples externe.

Perspectives et extensions des travaux de thèse

Les perspectives d'études futures sont nombreuses pour les trois points principaux que nous avons étudiés.

Ainsi, dans le cadre de l'allocation de ressources pour un système DS-CDMA, la résolution optimale du problème d'optimisation dans le cas borné et discret est une extension possible des travaux, et devra prendre en compte une stratégie d'admission et de rejet. De plus, une extension au cas multi-classes ainsi que l'étude de stratégies mixtes permettant d'allier les avantages des schémas par maximisation du rendement minimum et maximisation du rendement total dans le cas multi-classes sont envisageables. Les stratégies proposées supposent par ailleurs une connaissance parfaite du canal qui n'est jamais réellement vérifiée : ceci impose de futures études de robustesse des différentes stratégies en cas de connaissance imparfaite du canal et l'intégration de mécanismes de prédiction du canal quand le canal varie.

Les perspectives de recherche dans le cadre de l'optimisation des codes LDPC pour la protection inégale contre les erreurs concernent l'étude des seuils de convergence par évolution de densité afin de caractériser et d'étudier les performances globales des codes construits.

Une étude de robustesse aux variations des proportions peut être utile quant aux applications pratiques de ce type de codes. La comparaison à des schémas de types poinçonnés pour certains types d'application permettrait de spécifier et caractériser les différents cadres d'applications dans lesquels il est souhaitable d'utiliser telle ou telle méthode. De plus, la méthode d'optimisation proposée est une méthode linéaire hiérarchique. La question serait alors de considérer une approche non linéaire et de spécifier une fonction de coût permettant de construire des codes utilisables dans un cadre de protection inégale contre les erreurs. L'extension à des stratégies d'optimisation de codage source-canal conjoint pourrait alors être considérée.

Dans le cadre de l'optimisation d'un récepteur source-canal conjoint avec un code LDPC, on s'intéressera à l'étude et à la caractérisation de ce système par évolution de densité en s'inspirant des méthodes utilisées pour la turbo-égalisation. Le but sera alors de déterminer les principales propriétés de ce récepteur, ainsi que la condition de stabilité réel du système complet. Après cette analyse, on pourra alors comparer les codes obtenus par évolution de densité et ceux obtenus par évolution de l'information mutuelle sous approximation gaussienne. L'application de ce type d'étude à des algorithmes à entrées et sorties souples de complexité réduite (informations extrinsèques pauvres) pourra être aussi considérée. On pourra aussi considérer l'extension des travaux en utilisant l'hypothèse que la source n'est pas quasi équi-distribuée, ce qui suppose une réécriture des équations d'évolutions du système et une extension des travaux à des canaux à entrée binaire non symétrique.

Perspectives futures de recherche

Les travaux menés dans le cadre de l'optimisation d'un récepteur source-canal conjoint ont permis de caractériser le turbo-récepteur sous approximation gaussienne de manière semi-analytique et d'en déduire à la fois une caractérisation de la convergence et une méthode d'optimisation. Il est alors possible d'étendre cette étude à un ensemble plus vaste de récepteurs plus complexes qui allie un ou plusieurs décodeur à entrées et sorties souples (un en aval et un en amont) avec un décodeur LDPC. En particulier, la même étude que celle développée pour le source-canal conjoint peut être menée dans le cadre de la turbo-égalisation (travaux en cours) et l'on peut ainsi caractériser la condition de stabilité avec la fonction de transfert de l'égalisateur. Les résultats obtenus pourront alors être comparés à l'étude effectuée dans ce cadre par [82] en utilisant l'évolution de densité. Il sera alors intéressant de dériver la condition de stabilité dans le cadre de l'évolution de densité afin de déterminer si l'on observe le même comportement que sur le canal BABG (c'est à dire conditions de stabilité identique pour évolution de densité et évolution de l'information mutuelle). L'extension à un système comportant deux décodeur SISO amont et aval au code LDPC sera alors possible, permettant de déterminer les performances limites d'un système "tout itératif". La caractérisation complète de tous ces récepteurs, à la fois par évolution de densité et de l'information mutuelle, pourra permettre de dégager et souligner les traits communs à tous ces systèmes et nous permettra de mieux comprendre leur comportement.

CONCLUSION

Annexe A

Des codes convolutifs

Nous faisons dans cette annexe quelques rappels sur la représentation et les performances asymptotiques des codes convolutifs.

A.1 Définitions

A.1.1 Représentation par un registre

Les codes convolutifs sont régis par une loi entrée/sortie qui à chaque coup d'horloge associe k bits d'informations à n bits codés formant ainsi un mot de code de rendement $R = k/n$. Le codeur est composé d'un registre à décalage composé de ν cellules de retard, où ν est la mémoire du code. $l_c = \nu + 1$ constitue la longueur de contrainte du code. Un code sera dit systématique lorsque les k bits sont recopiés parmi les n bits codés, sinon il sera dit non systématique.

La figure A-1 donne le registre à décalage associé au code non systématique de paramètres ($R = 1/2, \nu = 2, l_c = 3$). D représente l'opérateur de retard et les bits codés sont obtenus par addition modulo 2 des bits d'information. On décrit généralement ces codes par leurs polynômes générateurs, exprimés en octal, qui représentent les connections du registre. Ainsi le code de la figure A-1 a pour polynômes générateurs $g_1 = [111] = 7_8$ et $g_2 = 111 = 5_8$

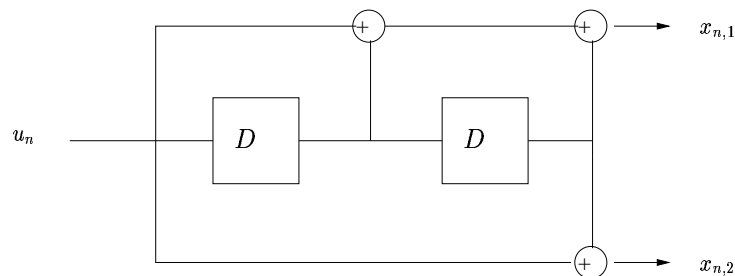


Fig. A-1 – Représentation logique sous forme de registre du code (7,5)

A.1.2 Représentation par un treillis

On peut donner également une représentation en treillis de ces codes [174]. On considère pour l'exemple une représentation en treillis d'un code convolutif de rendement $1/n$, de longueur de contrainte l_c , et de mémoire ν . La figure A-2 donne pour exemple le treillis du code (7,5).

Par linéarité du code considéré, on choisit de travailler avec comme mot de code de référence le mot de code 000..00, défini par le chemin passant toujours par le noeud d'état $S = 0x0$.

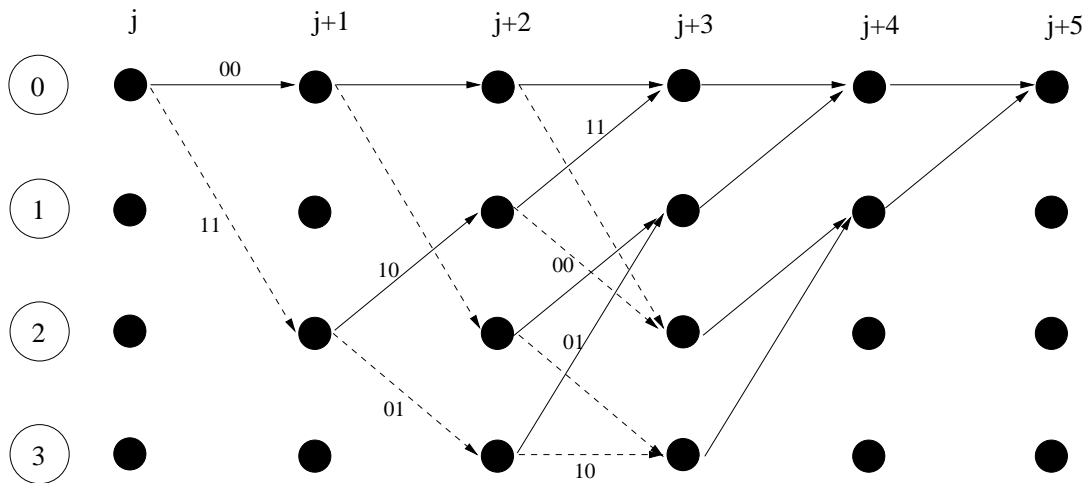


Fig. A-2 – Treillis du code (7,5)

Evénement d'erreurs

On définit un événement d'erreurs à un certain noeud j comme un chemin partant du chemin de référence au noeud j et convergeant $j + l$ noeuds plus loin. Un événement d'erreurs est caractérisé par sa longueur l et la distance d du mot de code correspondant (au sens de la métrique de Hamming) par rapport au mot de code 00..00.

A.1.3 Diagramme d'état, matrice de transition et fonction de transfert

Une autre représentation d'un code convolutif est le diagramme d'état, dont un exemple est donné pour le code (5,7) figure A-3. Chaque branche, correspondant à la transition entre deux états du codeur, peut être labellisée avec trois variables: Z dont la puissance correspond au point de Hamming de la sortie du codeur, L qui est une variable dont la puissance renseigne sur la longueur du chemin considéré et N dont la puissance est égale au poids de Hamming de l'entrée du codeur.

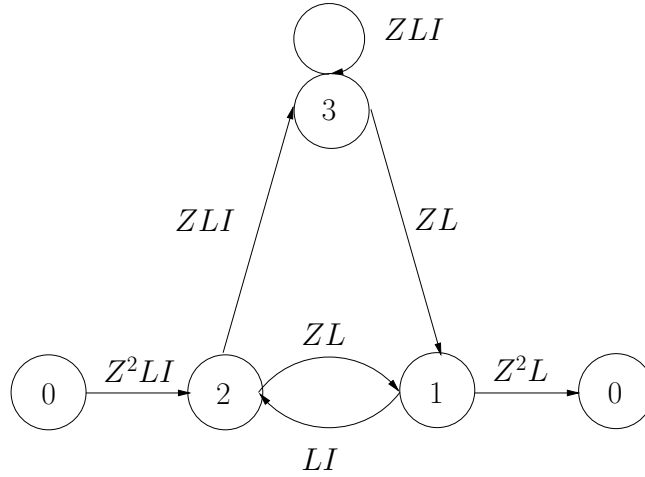


Fig. A-3 – Diagramme d'état du code (5,7)

L'ensemble de ces informations peut être regroupées au sein de la matrice de transition S où $S(a, b)$ contient le triplet (Z^i, N^j, L^k) correspondant au label de la transition entre les états internes du codeur a et b . Cette matrice s'interprète comme la matrice de transition exprimée sur une section génératrice du treillis du code considéré [94]. Pour le code (5,7), la matrice S est donnée par

$$\begin{aligned}
 S &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & Z^2LN & 0 \\ Z^2L & 0 & LN & 0 \\ 0 & ZL & 0 & ZLN \\ 0 & ZL & 0 & ZLN \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & S_{int} \end{pmatrix} \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

Si on considère une version du diagramme qui représente la transition de l'état zéro à un autre état zéro, on peut alors définir la fonction de transfert du code qui a pour entrée/sortie l'état de référence. Considérons alors l'exemple du code (5,7). Si on associe à chaque état différent de l'état $\xi_{00} = 00$ une variable d'état, on peut écrire un système d'état défini pour notre exemple comme suit

$$\begin{cases} \xi_{01} = ZL\xi_{10} + ZL\xi_{11} \\ \xi_{10} = Z^2LN + LN\xi_{01} \\ \xi_{11} = ZLN\xi_{11} + ZLN\xi_{10} \end{cases} \tag{A.2}$$

et

$$T(Z, N, L) = Z^2L\xi_{01} \tag{A.3}$$

Si on réécrit le système fourni par (A.2) sous forme matricielle, il vient

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \xi_{01} & \xi_{10} & \xi_{00} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -LN & 0 \\ -ZL & 1 & -ZLN \\ -ZL & 0 & 1 - ZLN \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & Z^2L & 0 \end{pmatrix} \\ &= a(I_3 - S_{int})^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

où I_3 est la matrice identité de dimension 3×3 .

Comme

$$(\xi_{01}\xi_{10}\xi_{11})b = Z^2L\xi_{01} \quad (\text{A.5})$$

d'après (A.3), il vient

$$T(Z, N, L) = a(I_3 - S_{int})^{-1}b \quad (\text{A.6})$$

Cette dernière équation reste valable quelque soit le code considéré.

En supposant que $(I - S_{int})$ soit inversible, on peut réécrire (A.6) de la façon suivante

$$T(Z, N, L) = \sum_{l=0}^{+\infty} aS_{int}^l b = \sum_{l=l_c-2}^{+\infty} aS_{int}^l b \quad (\text{A.7})$$

A.1.4 Burst d'erreurs et temps de garde

On considère la séquence suivante :

$$\underbrace{ccc\dots c}_{l_c-1} \underbrace{exxx\dots xe}_L \underbrace{ccc\dots c}_{l_c-1} \quad (\text{A.8})$$

où c représente des bits correctement décodés, e des bits erronés et x des bits corrects ou erronés. On suppose qu'il n'y a pas plus de $l_c - 1$ bits corrects dans la séquence $exxx\dots x$. La séquence $exxx\dots xe$ est alors appelée *Burst* de longueur L . La séquence de bits corrects de longueur minimale $l_c - 1$ est appelée *temps de garde* ("Waiting Time").

Cette définition du burst d'erreurs trouve sa justification et son interprétation après étude d'un événement d'erreurs. Partir du chemin de référence, c'est obligatoirement avoir une séquence d'information qui commence par un bit erroné. Le début d'un burst correspond donc au début d'un événement d'erreurs. Considérons maintenant la représentation sous forme registre du code : sa mémoire étant ν bits, une suite de $\nu = l_c - 1$ bits corrects ('0') consécutifs après un bit erroné mène au chemin de référence. La fin d'un burst correspond donc au dernier bit erroné d'un événement d'erreurs et les $l_c - 1$ bits corrects restant correspondent aux bits corrects de l'événement d'erreurs permettant de reconverger vers le chemin de référence. Si il existe des bits corrects par la suite, ce sont ceux issus d'un parcours du chemin de référence.

On peut ainsi donner la correspondance entre la définition commune du burst de longueur l et l'événement d'erreurs correspondant

$$\text{événement d'erreurs de longueur } L + l_c - 1 \leftrightarrow \underbrace{exxx\dots xe}_L \underbrace{ccc\dots c}_{l_c-1} \quad (\text{A.9})$$

Un burst étant de longueur minimale $L = 1$, on retrouve bien le fait qu'un événement d'erreurs est de longueur minimale l_c .

On peut alors réexprimer (A.10) en fonction de la longueur l' d'un burst de la manière suivante

$$T(Z, N, L) = \sum_{l=l_c-2}^{+\infty} aS_{int}^l b = \sum_{l'=1}^{+\infty} aS_{int}^{l'+\nu-2} b \quad (\text{A.10})$$

A.2 Performances asymptotiques des codes convolutifs

Nous rappelons ici les performances asymptotiques des codes convolutifs sur canal gaussien dans le cas d'une modulation de phase binaire (BPSK) avec démodulation cohérente pour un décodage au sens du maximum de vraisemblance. Le décodage est mis en oeuvre en utilisant l'algorithme de Viterbi [38]. On s'intéressera aussi aux statistiques des événements d'erreurs.

A.2.1 Probabilité d'erreur au noeud j

On se place au noeud j et on s'intéresse à la probabilité de quitter le bon chemin à ce noeud. Utilisant un argument de borne de l'union, cette probabilité P_e peut être bornée par

$$P_e < \sum_{d=d_f}^{\infty} a_d P_d \quad (\text{A.11})$$

où a_d sont les coefficients du polynôme énumérateur de poids associés au code convolutif donnés par

$$T(Z) = \sum_{d=d_{free}}^{\infty} a_d Z^d \quad (\text{A.12})$$

Ces coefficients représentent le nombre de chemins de poids d . P_d est la probabilité d'erreur résultant de la comparaison de 2 séquences codées différant de d bits et qui pour un canal gaussien est donnée par

$$P_d = Q\left(\sqrt{2d\frac{E_{bu}R}{N_0}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{d\frac{E_{bu}R}{N_0}}\right) \quad (\text{A.13})$$

où E_{bu} est l'énergie reçue par bit d'information, $N_0/2$ est la densité spectrale bilatérale du bruit, R le rendement du code et

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (\text{A.14})$$

Cette borne est identique pour tous les noeuds quand le mot de code est infiniment long et constitue une borne supérieure pour un mot de code de longueur finie.

Exploitant le fait que

$$Q(x) < e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \forall x > 0 \quad (\text{A.15})$$

il vient

$$P_e < \sum_{d=d_f}^{\infty} a_d e^{-d \frac{RE_b}{N_0}} = T(Z) \Big|_{Z=e^{-\frac{E_s}{N_0}}} \quad (\text{A.16})$$

Cette borne seule étant relativement lâche, [174] affinèrent la borne de la manière suivante

$$P_e \leq h(d_{free} \frac{E_s}{N_0}) T(Z) \Big|_{Z=e^{-\frac{E_s}{N_0}}} \quad (\text{A.17})$$

où

$$h(x) = Q(\sqrt{2x}) \exp(x) \quad (\text{A.18})$$

Le lien avec la fonction de transfert est alors fait.

A.2.2 Probabilité d'erreur binaire

Le nombre de bits erronés moyen $E\{n_b(j)\}$ sur un chemin erroné à partir du noeud j peut être borné en pondérant chaque terme de (A.11) par le nombre de bits erronés introduit par un chemin divergeant. Cela revient à compter le nombre de "1" sur chaque chemin. On obtient alors

$$E\{n_b(j)\} \leq \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} ia(d, i) P_d \leq \frac{\partial T(Z, N)}{\partial N} \Big|_{N=1, Z=e^{E_s/N_0}} \quad (\text{A.19})$$

Pour un code de rendement $1/n$, on a pour chaque branche un bit d'information. La probabilité d'erreur binaire au noeud j étant définie comme le nombre moyen d'erreurs par bit décodé, on obtient la borne suivante

$$P_b(j) \leq E\{n_b(j)\} = \frac{\partial T(Z, N)}{\partial N} \Big|_{N=1, Z=e^{E_s/N_0}} \quad (\text{A.20})$$

La dépendance en j peut être omise car chaque section de treillis est équivalente.

A.2.3 Distribution des *Bursts* et *temps de garde*

Bursts

D'abord approximée par une distribution de type géométrique évaluée à l'aide de paramètres empiriques que sont la longueur moyenne d'un bursts et la densité des erreurs dans un burst [28, 39], il faut attendre [81] pour revenir à une approximation de la probabilité d'un burst de longueur L à l'aide de la fonction de transfert. Ainsi on peut borner la probabilité d'un événement d'erreurs de longueur L par

$$P(L = k) \leq T_{L_k}(Z) \Big|_{Z=e^{E_s/N_0}} \quad (\text{A.21})$$

où

$$T_{L^k}(Z) = aS_{int}^{k-2}b \quad (\text{A.22})$$

est le coefficient associé à L^k de la fonction de transfert du code convolutif quand celle-ci est ordonnée en puissances croissantes de L . Cette approche est reprise dans [122]. Comme le montre [81, 122], cette borne est bonne à fort rapport signal sur bruit et se dégrade quand celui-ci diminue. Les figures A-5 à A-7, comparent les distributions théoriques et simulées pour le code (7,5) et (23,35).

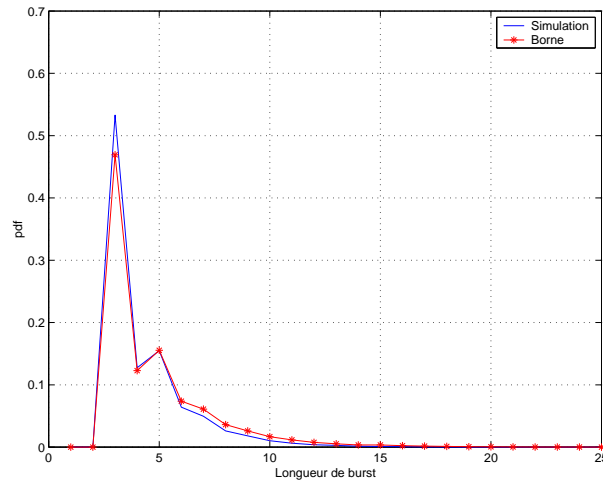


Fig. A-4 – Distribution des bursts pour le codeur (7,5) et Eb/No=4dB

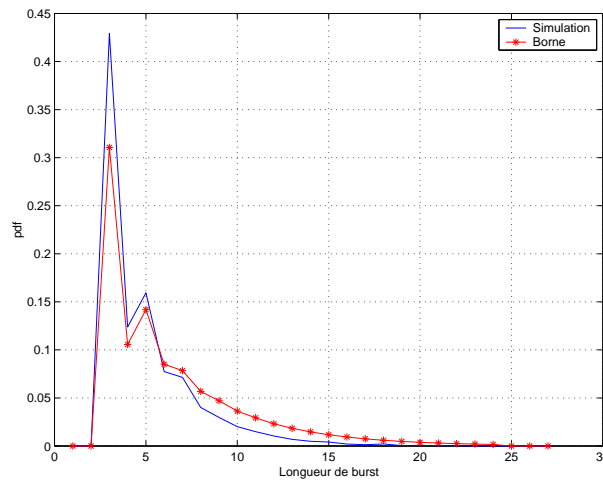


Fig. A-5 – Distribution des bursts pour le codeur (7,5) et Eb/No=3dB

Une manière de caractériser la distance entre les distributions théoriques et celles simulées est l'utilisation de la "distance" de Kullback-Leibner dont la définition est donnée par [24]

$$D(p||q) = \sum_{x \in H} p(x) \log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \quad (\text{A.23})$$

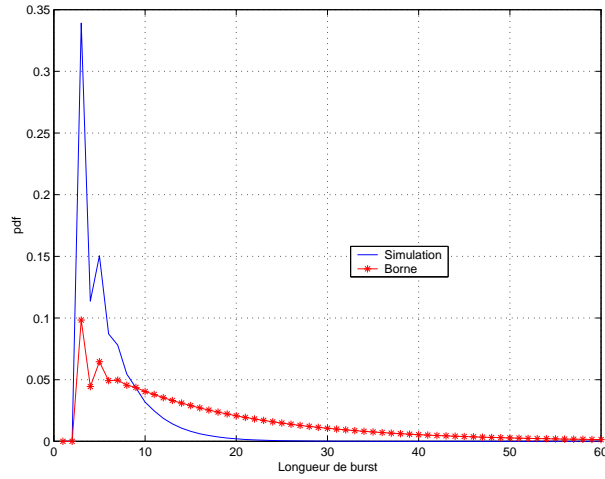


Fig. A-6 – Distribution des bursts pour le codeur (7,5) et $E_b/N_0=2\text{dB}$

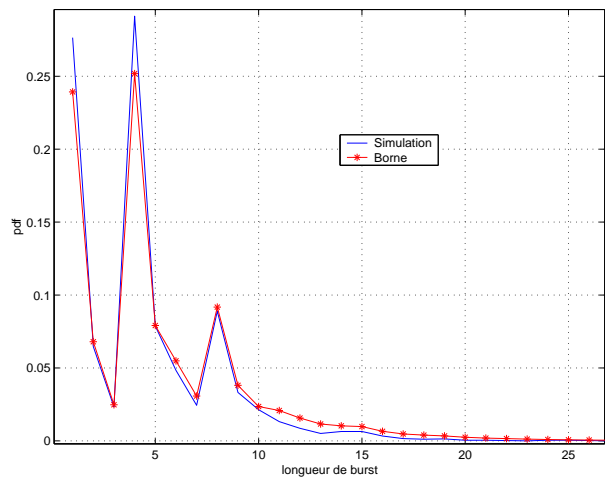


Fig. A-7 – Distribution des bursts pour le codeur (23,35) et $E_b/N_0=4\text{dB}$

La figure A.8 donne l'évolution de cette distance en fonction du rapport signal à bruit pour deux codes différents. Comme précédemment, on observe que cette distance se dégrade quand le rapport signal à bruit diminue. On peut cependant dégager une plage de RSB pour lesquels l'approximation est satisfaisante. Il est à noter que, les distributions obtenues le sont par argument de borne de l'union, et donc les plages de validité considérées sont quasi identiques à celles concernant la probabilité d'un événement d'erreurs. Cette remarque nous sera utile dans la suite.

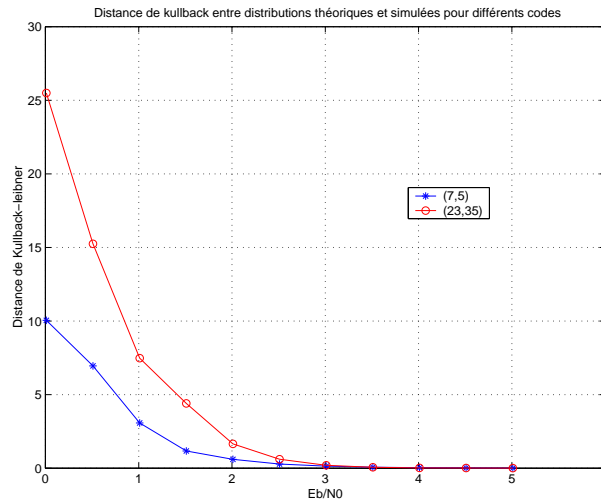


Fig. A.8 – Distance de kullback des distributions théoriques des longueurs de burst aux distributions simulées en fonction du rapport signal sur bruit

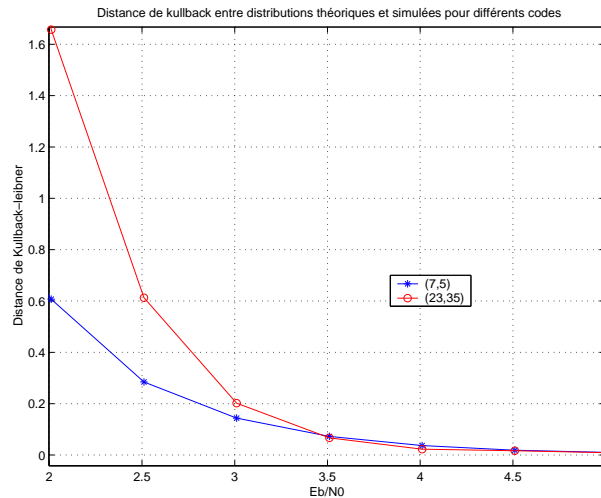


Fig. A.9 – Distance de kullback des distributions théoriques des longueurs de burst aux distributions simulées en fonction du rapport signal sur bruit : zoom

Temps de garde

De la même manière que les distributions de longueurs de bursts, on modélise généralement [28, 122] la densité de probabilité des temps de garde par une distribution géométrique définie de la façon suivante

$$P(W = t) = q(1 - q)^t, \quad t = 0, 1, \dots \quad (\text{A.24})$$

avec

$$q = \frac{1}{\overline{W} + 1} \quad (\text{A.25})$$

où \overline{W} est la longueur moyenne d'un temps de garde. Cette distribution dépend donc d'un seul paramètre empirique. De plus, cette approche apparaît valide quelque soit le RSB. En fait, on peut montrer [79] la relation asymptotique entre probabilité d'un événement d'erreurs et la longueur moyenne d'un temps de garde. Considérons une séquence du décodeur formée de J bursts. On note respectivement B_j et W_j la longueur du j -ème burst et celle du temps de garde suivant. La probabilité d'un événement d'erreurs à un noeud est donnée par le rapport entre le nombre de fois où un burst a eu lieu et le nombre de fois où il aurait pu avoir lieu, ce qui mathématiquement s'exprime par

$$\hat{P}_e = \frac{J}{J + \sum_{j=1}^J W_j} \quad (\text{A.26})$$

en divisant numérateur et dénominateur par J , et en prenant la limite pour J tendant vers l'infini, il vient

$$P_e = \frac{1}{\overline{W} + 1} \text{ avec une probabilité } 1 \quad (\text{A.27})$$

Le lien entre probabilité d'un événement d'erreurs et longueur moyenne d'un temps de garde étant fait, on peut alors déterminer la distribution théorique des temps de garde. En effet, si l'on considère qu'un temps de garde de longueur l_w est obtenu si pour chaque noeud traversé on n'a pas d'événement d'erreurs, il vient

$$P(W = l_w) = \alpha(1 - P_e)^{l_w}, \quad l_w = 0, 1, \dots \quad (\text{A.28})$$

comme $\sum P(W = l_w) = 1$, on obtient $\alpha = P_e$ et en substituant (A.27), on retrouve l'expression (A.24).

On voit donc que la génération des temps de garde ne dépend que du paramètre P_e . Or aux vues des remarques du paragraphe précédent, les domaines de validité des distributions des bursts et de l'estimation de P_e par la borne de l'union sont du même ordre; on peut donc du même coup, via la fonction de transfert, estimer P_e et générer la distribution des temps de garde.

La seule connaissance de la matrice de transfert du code nous permet alors de générer temps de garde et bursts et estimer P_e . De même, on peut estimer le taux d'erreur trame ou paquet donné pour une trame de longueur N par

$$TEP = 1 - (1 - P_e)^{N-\nu} \quad (\text{A.29})$$

En effet, une trame sans erreur peut être considérée comme un temps de garde de longueur $N - \nu$. On retrouve alors l'expression proposée dans [80].

Annexe B

Adaptation de lien : preuves détaillées

B.1 Proposition 1

Quand

$$P_k \alpha_k^2 = P_{\max} \alpha_1^2, \quad k = 1 \dots N_u, \quad (\text{B.1})$$

$$r_k = C \frac{P_{\max} \alpha_1^2}{N_0 + \beta(N_u - 1)P_{\max} \alpha_1^2} = r_0 \quad \forall k \quad (\text{B.2})$$

où $C = (E_b/N_e)_t^{-1}$ est l'inverse du E_b/N_e cible. C'est pourquoi $r_{\max - \min}$ satisfaisant (2.6) vérifie

$$r_{\max - \min} \geq r_0$$

Nous cherchons à montrer que $r_{\max - \min}$ est égale à r_0 . Pour cela, raisonnons par l'absurde. Nous supposons que $r_{\max - \min} > r_0$, ainsi pour tous les utilisateurs $r_k > r_0$, sinon il existerait au moins un utilisateur tel que $r_k \leq r_0$. $\forall k \neq 1$, soit λ_k tel que

$$P_k \alpha_k^2 = \frac{P_{\max} \alpha_1^2}{\lambda_k}$$

En considérant (2.5), nous pouvons alors écrire pour tout $k' \neq 1$

$$r_{k'} = \frac{CP_{\max} \alpha_1^2 / \lambda_{k'}}{N_0 + \beta P_{\max} \alpha_1^2 \sum_{k \neq 1, k'} 1/\lambda_k + \beta P_1 \alpha_1^2}$$

Intéressons nous maintenant au sous-système des $N_u - 1$ inégalités définies telles que $r_{k'} > r_0$, ceci est équivalent à

$$\frac{CP_{\max} \alpha_1^2 / \lambda_{k'}}{N_0 + \beta P_{\max} \alpha_1^2 \sum_{k \neq 1, k'} 1/\lambda_k + \beta P_1 \alpha_1^2} > \frac{CP_{\max} \alpha_1^2}{N_0 + \beta(N_u - 1)P_{\max} \alpha_1^2}$$

$$N_0(1 - \lambda_{k'}) + \beta P_{\max} \alpha_1^2((N_u - 1) - \sum_{k \neq k', 1} \frac{\lambda_{k'}}{\lambda_k}) > \beta \lambda_{k'} P_1 \alpha_1^2$$

Comme pour chaque inégalité, le second membre est strictement positif, nous avons aussi un second sous-système de $N_u - 1$ inégalités en considérant le premier membre strictement positif. On recherche alors un ensemble solution $\{\lambda_2, \dots, \lambda_{N_u}\}$ pour ces inégalités. Si cet ensemble solution n'existe pas, $\exists i_0, r_{i_0} \leq r_0$ et ainsi $r_{\max - \min} \leq r_0$. Comme $r_{\max - \min} \geq r_0$, cela implique $r_{\max - \min} = r_0$.

Si un ensemble solution existe à ce sous-système, on définit i_0 comme l'index utilisateur tel que, pour tout utilisateur $k \neq 1, k \neq i_0, \lambda_{i_0} \geq \lambda_k$. On peut alors distinguer les deux cas suivants: (1) $\lambda_{i_0} < 1$ et (2) $\lambda_{i_0} \geq 1$. Dans le cas (1), $\forall k \neq 1, \lambda_k < 1$. Ainsi,

$$r_1 < \frac{CP_1\alpha_1^2}{N_0 + \beta(N_u - 1)P_{\max}\alpha_1^2} \leq r_0$$

puisque $P_1 \leq P_{\max}$. Ceci est en contradiction avec le fait que pour tout $k, r_k > r_0$. Dans le cas (2), en considérant l'inégalité associée avec le débit r_{i_0} , on obtient

$$N_0(1 - \lambda_{i_0}) + \beta P_{\max}\alpha_1^2 \left((N_u - 1) - \sum_{k \neq i_0, 1} \frac{\lambda_{i_0}}{\lambda_k} \right) > \beta \lambda_{i_0} P_1 \alpha_1^2$$

Comme $\lambda_{i_0} \geq \lambda_k$,

$$N_0(1 - \lambda_{i_0}) + \beta P_{\max}\alpha_1^2 > \beta \lambda_{i_0} P_1 \alpha_1^2$$

$$\Rightarrow P_{\max}\alpha_1^2 > \lambda_{i_0} P_1 \alpha_1^2$$

Finalement, on obtient $P_1 < P_{\max}/\lambda_{i_0}$, qui nous donne

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{CP_1\alpha_1^2}{N_0 + \beta P_{\max}\alpha_1^2 \sum_{k \neq 1} 1/\lambda_k} \\ &< \frac{CP_{\max}\alpha_1^2/\lambda_{i_0}}{N_0 + \beta(N_u - 1)P_{\max}\alpha_1^2/\lambda_{i_0}} \leq r_0 \end{aligned}$$

qui contredit l'hypothèse selon laquelle pour tout $k, r_k > r_0$.

Finalement, on conclut que $r_{\max - \min} = r_0$.

B.2 Débit moyen d'information pour le cas continu

Utilisant la solution instantanée au problème d'optimisation (2.8), nous pouvons moyenner le débit instantané sur la distribution du minimum des gains de canal (2.9). Le débit moyen est alors donné par :

$$\begin{aligned} \bar{r} &= E(r) = \int_0^{+\infty} r_{\max - \min} f_{\alpha_1}(\alpha) d\alpha \\ &= C \int_0^{+\infty} \frac{\alpha^2}{N_0 + \lambda\alpha^2} \frac{2N_u\alpha}{\Omega} e^{-\frac{N_u\alpha^2}{\Omega}} d\alpha \end{aligned}$$

où $C = (E_b/N_e)_t^{-1} P_{\max}$ et $\lambda = \beta(N_u - 1)P_{\max}$.

Posons $u = N_0 + \lambda\alpha^2$. Par changement de variable, nous obtenons

$$\begin{aligned}
\bar{r} &= C \int_0^{+\infty} \frac{\alpha^2}{N_0 + \lambda\alpha^2} \frac{N_u}{\Omega} e^{-\frac{N_u\alpha^2}{\Omega}} 2\alpha d\alpha \\
&= C \int_{N_0}^{+\infty} \frac{u - N_0}{\lambda u} \frac{N_u}{\Omega} e^{-\frac{N_u}{\Omega} \frac{(u-N_0)}{\lambda}} \frac{du}{\lambda} \\
&= C \frac{N_u}{\Omega\lambda^2} e^{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}} \int_{N_0}^{+\infty} \frac{u - N_0}{u} e^{-\frac{N_u u}{\Omega\lambda}} du \\
&= C \frac{N_u}{\Omega\lambda^2} e^{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}} \left(\int_{N_0}^{+\infty} e^{-\frac{N_u u}{\Omega\lambda}} du - N_0 \int_{N_0}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{N_u u}{\Omega\lambda}}}{u} du \right) \\
&= C \frac{N_u}{\Omega\lambda^2} e^{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}} (I_1 - I_2)
\end{aligned} \tag{B.3}$$

Les différentes intégrales sont données respectivement par :

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{N_0}^{+\infty} e^{-\frac{N_u u}{\Omega\lambda}} du \\
&= \frac{\Omega\lambda}{N_u} e^{-\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}}
\end{aligned}$$

et par substitution par la variable $v = \frac{N_u u}{\Omega\lambda}$

$$\begin{aligned}
I_2 &= N_0 \int_{N_0}^{+\infty} u^{-1} e^{-\frac{N_u u}{\Omega\lambda}} du \\
&= N_0 \int_{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}}^{+\infty} \frac{N_u}{\Omega\lambda} v^{-1} e^{-v} \frac{\Omega\lambda}{N_u} dv \\
&= N_0 \int_{\frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}}^{+\infty} v^{-1} e^{-v} dv \\
&= N_0 \Gamma\left(0, \frac{N_u N_0}{\Omega\lambda}\right)
\end{aligned}$$

où

$$\Gamma(p, z) = \int_z^{+\infty} t^{p-1} \exp(-t) dt \tag{B.4}$$

est la fonction Gamma incomplète.

B.3 Borne inférieure pour le cas continu

S'inspirant de (B.4), nous considérons l'intégrale suivante

$$I = \int_z^{+\infty} v^{-1} e^{-v} dv$$

Soit $V = [z, +\infty)$, comme $f(v) = v^{-1} \in L^p(V)$ et $g(v) = e^{-v} \in L^q(V)$ avec $1/p + 1/q = 1$ et $p > 1, q > 1$, appliquant l'inégalité de Hölder [66], il vient

$$I = \int_z^{+\infty} v^{-1} e^{-v} dv \leq \left(\int_z^{+\infty} v^{-p} dv \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_z^{+\infty} e^{-qv} dv \right)^{\frac{1}{q}}, \quad \forall p > 1, q > 1$$

tel que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$

De plus,

$$I_a = \left(\int_z^{+\infty} v^{-p} dv \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\frac{1}{(p-1)} z^{-p+1} \right)^{\frac{1}{p}} = (p-1)^{-\frac{1}{p}} z^{(-1+\frac{1}{p})}$$

et

$$I_b = \left(\int_z^{+\infty} e^{-qv} dv \right)^{\frac{1}{q}} = \left(\frac{1}{q} e^{-qz} \right)^{\frac{1}{q}} = q^{-\frac{1}{q}} e^{-z}$$

En substituant $q = p/(p-1)$, nous obtenons

$$I_b = \left(\frac{p}{(p-1)} \right)^{\frac{1}{p-1}} e^{-z} = (p-1)^{(1-\frac{1}{p})} p^{\frac{1}{p-1}} e^{-z}$$

Au final, nous obtenons la majoration suivante sur l'intégrale I :

$$I \leq e^{(-z)} z^{\frac{1}{p}-1} (p-1)^{(1-\frac{2}{p})} p^{\frac{1}{p-1}}, \quad \forall p > 1.$$

Par application de (B.5) à l'équation (B.4) avec $z = (N_u N_0)/(\Omega \lambda)$, on obtient la majoration suivante pour I_2 :

$$I_2 \leq N_0 e^{(-\frac{N_u N_0}{\Omega \lambda})} \left(\frac{N_u N_0}{\Omega \lambda} \right)^{\frac{1}{p}-1} (p-1)^{(1-\frac{2}{p})} p^{\frac{1}{p-1}}, \quad \forall p > 1 \quad (\text{B.5})$$

Bibliographie

- [1] 3GPP TS 25.212. Multiplexing and channel coding (FDD).
- [2] JPEG2000 image coding system. ISO/IEC 15444-1/IUT-T T.800.
- [3] M.S. Alouini and A. Goldsmith. Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity-combining techniques. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 48(4):1165–1181, July 1999.
- [4] A. Amraoui, S. Dusad, and R. Urbanke. Achieving general points in the 2-user gaussian MAC without time-sharing or rate-splitting by means of iterative decoding. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Lausanne, Switzerland, July 2002.
- [5] L.R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate. *IEEE Transactions on Information Theory*, VOL-IT 20:284–287, 1974.
- [6] V.B. Balakirsky. Joint source and channel decoding with variable length codes. *Problems of Information Transmission*, 27(1):12–27, 2001.
- [7] A.S. Barbulescu and S.B. Pietrobon. Rate compatible turbo codes. *IEEE Electronics Letters*, 31(7):535–536, March 1995.
- [8] R. Bauer and J. Hagenauer. Iterative source/channel decoding using reversible variable length codes. In *IEEE Data Compression Conference (DCC)*, pages 93–102, Snowbird, UT, USA, March 2000.
- [9] R. Bauer and J. Hagenauer. Symbol by symbol MAP decoding of variable length codes. In *3rd ITG Conference on Source and Channel Coding*, pages 111–116, Munich, Germany, January 2000.
- [10] R. Bauer and J. Hagenauer. On variable length codes for iterative source/channel decoding. In *IEEE Data Compression Conference (DCC)*, pages 272–282, Snowbird, UT, USA, March 2001.
- [11] C. Berrou and A. Glavieux. Near optimum error correcting coding and decoding. *IEEE Transactions on Communications*, 44(10):1262–1271, January 1996.
- [12] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima. Near shannon limit error-correcting and decoding: Turbocodes. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 1064–1070, Geneva, Italy, June 1993.
- [13] E. Biglieri, G. Caire, and G. Taricco. CDMA system design through asymptotic analysis. *IEEE Transactions on Communications*, 48(11):1882–1896, November 2000.

- [14] E. Biglieri, G. Caire, G. Taricco, and E. Viterbo. How fading affects CDMA: An asymptotic analysis with linear receivers. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(2):191–201, February 2001.
- [15] I.M. Boyarinov and G.L. Katsman. Linear unequal error protection codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 27(2):168–175, March 1981.
- [16] F. Brännstorm. *Convergence Analysis and design of multiple concatenated codes*. PhD thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, March 2004.
- [17] F. Brännstorm, L.K Rasmussen, and A. Grant. Optimal puncturing for multiple parallel concatenated codes. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, page 154, Chicago, IL, USA, June 2004.
- [18] G. Caire, S. Guemghar, and A. Roumy. Maximizing the spectral efficiency of coded CDMA under successive decoding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(1):152–164, January 2004.
- [19] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri. Bit-interleaved coded modulation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(3):927–946, May 1998.
- [20] G. Caire and E. Viterbo. Upper bound on the frame error probability of terminated trellis codes. *IEEE Communication Letters*, 2(1):218–228, September 1998.
- [21] A.R. Calderbank and N. Seshadri. Multilevel codes for unequal error protection. *IEEE Transactions on Information Theory*, 39(4):1234–1248, July 1993.
- [22] S.-Y. Chung. *On the construction of Some Capacity-Approaching Coding Scheme*. PhD thesis, MIT, Cambridge, MA, USA, 2000.
- [23] S.Y. Chung and T.J. Richardson R.L. Urbanke. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a gaussian approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):657–670, February 2001.
- [24] T.M. Cover and J.A. Thomas. *Elements of Information Theory*. Wiley Interscience, 1991.
- [25] M.C. Davey and D. MacKay. Low-density parity-check codes over $GF(q)$. *IEEE Communication Letters*, 2(6):165–167, June 1998.
- [26] A. DeBaynast and D. Declercq. Gallager codes for multiple access. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, lausanne, Switzerland, July 2002.
- [27] D. Declercq. *Optimisation et performances des codes LDPC pour des canaux non-standards*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Cergy-Pontoise, Décembre 2003.
- [28] L.J. Deutsch and R.L. Miller. Burst statistics of Viterbi decoding. Progress Report 42-64, Jet Propulsion Labs, May-June 1981.
- [29] A. Dholakia and S. Ölçer. Rate-compatible array LDPC codes. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, June 2004.
- [30] A. Dholakia and S. Ölçer. Rate-compatible low-density parity-check codes for digital subscriber lines. In *IEEE International Conference on Communications*, Paris, France, June 2004.
- [31] P. Didier. *La turbo égalisation et son applications aux communications radiomobiles*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale, Décembre 1996.

-
- [32] L.A. Dunning and W.E. Robbins. Optimal encoding of linear block codes for unequal error protection. *Information and Control*, 37:150–177, 1978.
- [33] A.W. Eckford. *Low-Density Parity-Check Codes for Gilbert-Elliott and Markov-Modulated Channels*. PhD thesis, University of Toronto, Canada, 2004.
- [34] A.W. Eckford, F.R. Kschischang, and S. Pasupathy. Designing good LDPC for markov-modulated channels. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, page 373, Chicago,IL,USA, June 2004.
- [35] J. Evans and D.N.C. Tse. Large systems performance of linear multiuser receivers in multipath fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(6):2059–2078, September 2000.
- [36] E. Falletti, F. Vipiana, and R. Lo Cigno. On SIR and BER approximations in DS-CDMA system. Technical report, Politecnico di Torino - Dpt Of Electrical Engineering, June 2001.
- [37] C. Fan, H. Cui, and K. Tang. Convergence analysis on iterative decoding of variable-length codes. *IEEE Electronics Letters*, 38(11):520–522, May 2002.
- [38] G.D. Forney. The Viterbi algorithm. *Proceedings of the IEEE*, 61(3):268–278, March 1973.
- [39] A. Franchi and R.A. Harris. On the burst properties of Viterbi decoding. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 1086–1991, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [40] R.G. Gallager. *Low-Density Parity-Check Codes*. MIT Press, 1963.
- [41] H. El Gamal and R. Hammons. Analysing the turbo decoder using the gaussian approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):671–686, February 2001.
- [42] J. Garcia-Frias and J.D. Villasenor. Joint turbo decoding and estimation of hidden markov sources. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(9):1671–1679, September 2001.
- [43] W.J. Van Gils. Two topics on linear unequal error protection codes: Bounds on their length and cyclic code class. *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(6):866–876, November 1983.
- [44] W.J. Van Gils. Linear unequal error protection codes from shorter codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 30(3):544–546, May 1984.
- [45] A. Goldsmith and S.G Chua. Variable-rate variable power MQAM for fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 45:1218–1230, October 1997.
- [46] A. Goldsmith and S.G Chua. Adaptive coded modulation for fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 46(5):595–602, May 1998.
- [47] A. Goldsmith and P. Varaiya. Capacity of fading channels with channel side information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 43(5):1986–1992, October 1997.
- [48] M. Grangetto, B. Scanavino, and G. Olmo. Joint source-channel iterative decoding for arithmetic codes. In *IEEE International Conference on Communications*, Paris, France, June 2004.

- [49] P.S. Guinand, D. Boudreau, and R. Kerr. Construction of UEP codes suitable for iterative decoding. In *Canadian Workshop on Information Theory*, volume III, pages 17–20, Kingston, Ontario, Canada, June 1999.
- [50] T. Guionnet and C. Guillemot. Soft decoding and synchronization of arithmetic codes: Application to image transmission over noisy channels. *IEEE Transactions On Image Processing*, 12(12):1599–1609, December 2003.
- [51] L. Guivarch, J.C. Carlach, and P. Siohan. Joint source-channel soft decoding of Huffman sources with turbo-codes. In *IEEE Data Compression Conference (DCC)*, pages 83–92, Snowbird, UT, USA, March 2000.
- [52] L. Guivarch, J.C. Carlach, and P. Siohan. Turbo-codes for nearly-optimal joint source-channel of soft decoding of Huffman codes. In *2nd International Symposium On Turbo Codes and Related Topics*, pages 443–446, Brest, France, March 2000.
- [53] A. Guyader, E. Fabre, C. Guillemot, and M. Robert. Joint source and channel turbo decoding of entropy-coded sources. *IEEE Journal in Selected Areas in Communications*, 19(9):1680–1696, September 2001.
- [54] J. Ha, J. Kim, and S.W. McLaughlin. Puncturing for finite length low-density parity-check codes. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, June 2004.
- [55] J. Ha and S.W. McLaughlin. Low-density parity-check codes over gaussian channels with erasures. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(7):1801–1809, July 2003.
- [56] J. Ha and S.W. McLaughlin. Optimal puncturing of irregular low-density parity-check codes. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 3110–3114, Anchorage, Alaska, USA, May 2003.
- [57] J. Hagenauer. Rate compatible punctured convolutional (RCPC) codes and their applications. *IEEE Transactions on Communications*, 36(4):389–399, April 1988.
- [58] J. Hagenauer. Source-controlled channel decoding. *IEEE Transactions on Communications*, 43(9):2449–2457, September 1995.
- [59] J. hagenauer. Forward error correcting for CDMA systems. In *IEEE 5th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, September 1996.
- [60] J. Hagenauer and R. Bauer. The turbo principle in joint source channel decoding of variable length codes. In *IEEE Information Theory Workshop*, pages 128–130, Cairns, Australia, September 2001.
- [61] J. Hagenauer, N. Seshadri, and C.-E. W. Sundberg. The performance of rate compatible punctured convolutional (RCPC) codes for digital mobile radio. *IEEE Transactions on Communications*, 38(7):966–980, July 1990.
- [62] S.V. Handy and D.N.C. Tse. Multiaccess fading channels-part II: Delay limited capacities. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(7):2816–2831, November 1998.
- [63] S.V. Hanly and D.N.C. Tse. Power control and capacity of spread spectrum wireless networks. *Automatica*, 35(12):1987–2012, December 1999.

-
- [64] L. Hanzo, P.J. Cherriman, and J. Streit. *Wireless Video Communications: Second to third Generation Systems and Beyond*. IEEE series on Digital and Mobile Communication. IEEE Press, 2001.
- [65] L. Hanzo, C.H. Wong, and M.S. Yee. *Adaptive Wireless Transceivers*. Wiley & Sons, 2002.
- [66] P. Henrichi. *Applied and computation complex analysis*, volume 3. Wiley & Sons, 1993.
- [67] J.M. Holzman. A simple, accurate method to calculate spread-spectrum multiple-access error probabilities. *IEEE Transactions on Communications*, 40(3):1223–1230, March 1992.
- [68] J. Hou, P.H. Siegel, and L.B. Milstein. Performance analysis and code optimization of low density parity check codes on Rayleigh fading. *IEEE Journal on Selected Areas in Communication, Issue on the Turbo Principle: From Theory to Practice 1*, 19(5):924–934, May 2001.
- [69] J. Hou, P.H. Siegel, L.B. Milstein, and H.D. Pfister. Capacity approaching bandwidth-efficient coded modulation schemes based on low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(9):2141–2155, September 2003.
- [70] S.A. Jafar and A. Goldsmith. Optimal rate and power adaptation for multirate CDMA. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 994–1000, Boston, MA, USA, September 2000.
- [71] S.A. Jafar and A. Goldsmith. Adaptive multirate CDMA for uplink throughput maximization. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 2(2):218–228, March 2003.
- [72] S.A. Jafar and Andrea Goldsmith. Adaptive multicode CDMA for uplink throughput maximization. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 546–550, Rhodes island, Greece, May 2001.
- [73] X. Jaspar. Turbo-décodage source-canal conjoint. Master’s thesis, Université Catholique de Louvain, Juin 2003.
- [74] X. Jaspar and L. Vandendorpe. New iterative decoding of variable length codes with turbo codes. In *IEEE International Conference on Communications*, Paris, France, June 2004.
- [75] X. Jaspar and L. Vandendorpe. Three SISO modules joint source-channel turbo decoding of variable length coded images. In *5th International ITG Conference on Source and Channel Coding*, pages 279–286, Erlangen, Germany, January 2004.
- [76] M. Jeanne, J.C. Carlach, P. Siohan, and L. Guivarch. Source and joint source and channel decoding of variable length codes. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 768–772, N.Y., USA, May 2002.
- [77] J.Kliwer and R. Thobaben. Combining FEC and optimal soft-input source decoding for the reliable transmission of correlated variable-length encoded signals. In *IEEE Data Compression Conference (DCC)*, pages 83–91, Snowbird, UT, USA, April 2002.

- [78] J.Kliewer and R. Thobaben. Parallel concatenated joint source-channel coding. *IEEE Electronics Letters*, 39(23):270–274, November 2003.
- [79] R. Johannesson and K.S. Zigangirov. *Fundamentals of Convolutional coding*. IEEE Press, 1999.
- [80] D.J. Costello Jr. and O.Y. Takeshita. On the packet error rate of convolutional codes. In *IEEE Int. Symp. on Information Theory*, Greece, June 1999.
- [81] Jorn Justesen and Jakob Dahl Andersen. Critical lengths of error events in convolutional codes. In *IEEE Int. Symp. on Information Theory*, Trodheim, Germany, June 1994.
- [82] A. Kavcic, X. Ma, and M. Mitzenmacher. Binary intersymbol interference channels: Gallager codes, density evolution and code performance bounds. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(7):1636–1652, July 2003.
- [83] S.W. Kim. Adaptive rate and power DS/CDMA communications in fading channels. *IEEE Communication Letters*, 3(4):85–87, April 1999.
- [84] S.W. Kim and A. Golsmith. Truncated power control in code division multiple-access communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 49(3):965–971, May 2000.
- [85] S.W. Kim and Y.H. Lee. Combined rate and power adaptation in DS/CDMA communications over Nakagami fading channels. *IEEE Transactions On Communications*, 48(1):162–167, January 2000.
- [86] W. Kim and J. Park. Performance analysis of wide-band DS/CDMA cellular system over Nakagami fading channels. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 576–580, 2001.
- [87] Kiran and D.N.C. Tse. Effective interference and effective bandwidth of linear multiuser receivers in asynchronous CDMA systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(4):1426–1447, 2000.
- [88] J. Korhonen. *Introduction to 3G mobile communication*. Mobile Communication Series. Artech House Publishers, 2001.
- [89] F. Kschischang, B. Frey, and H.A. Loeliger. Factor graphs and the sum product algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):498–519, February 2001.
- [90] K. Laković and J. Villasenor. Combining variable length codes and turbo codes. In *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, pages 1719–1723, Birmingham, AL, USA, May 2002.
- [91] C. Lamy and L. Perros-Meilhac. Low complexity iterative decoding of variable length codes. In *Picture Coding Symposium*, 2003.
- [92] C. Lamy and O. Pothier. Reduced complexity maximum a posteriori decoding of variable length codes. In *IEEE Globecom Conference*, volume 2, pages 1410–1413, San Antonio, Texas, USA, November 2001.
- [93] C. Lan, K.R. Narayanan, and Z. Xiong. Scalable image transmission using rate-compatible irregular repeat accumulate (IRA) codes. In *IEEE Internationale Conference on Image Processing*, volume III, pages 717–720, Rochester, NY, USA, September 2002.

-
- [94] P.J. Lee. A very efficient transfert function bounding technique on bit error rate for Viterbi decoded rate $1/N$ convolutionnal codes. TDA Progress Report 42-79, Jet Propulsion Labs, November 1984.
- [95] J.S. Lehnert and M.B. Pursley. Error probabilities for binary direct-sequence spread-spectrum communications with random signature sequences. *IEEE Transactions On Communications*, 35(1):87–97, January 1987.
- [96] J. Li, K.R. Naranayan, E. Kurtas, and C.N. Georgiades. On the performance of high-rate TPC/SPC codes and LDPC codes over partial response channels. *IEEE Transactions on Communications*, 50(5):723–734, May 2002.
- [97] M. Luby, M. Mitzenmacher, A. Shokrollahi, and D. Spielman. Analysis of low density parity check codes and improved design using irregular graphs and belief propagation. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, page 117, Cambridge, MA, USA, 1998.
- [98] R. Lupas and S. Verdú. Linear multiuser detector for synchronous code division multiple acces channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 35(1):123–136, January 1989.
- [99] R. Lupas and S. Verdú. Near-far resistance of multiuser detectors in asynchronous channels. *IEEE Transactions on Communications*, 38(4):496–508, April 1990.
- [100] X. Ma and E.H. Yang. Low-density parity-check codes with fast decoding convergence speed. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, page 277, Chicago, IL, USA, June 2004.
- [101] D. MacKay and R.M. Neal. Near shannon limit performance of low-density parity-check codes. *IEEE Electronic Letters*, 32:1645–1646, August 1996.
- [102] V. Mannoni. *Optimisation des codes LDPC pour les communications multi-porteuses*. PhD thesis, Université de Reims Champagne-Ardennes, Juin 2004.
- [103] V. Mannoni, D. Declercq, and G. Gelle. Optimized irregular LDPC codes for multicarrier modulations over frequency selective channels. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing-Special Issue on Multi-Carrier Communications and Signal Processing*, accepted 2004.
- [104] J. Mar and H.Y. Chen. Performance analysis of cellular CDMA networks over frequency-selective fading channel. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 47(4):1234–1244, November 1998.
- [105] B. Masnick and J. Wolf. On linear unequal error protection codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 3(4):600–607, October 1967.
- [106] M.G.Luby, M. Mitznmacher, M.A.Shokrollahi, and A. Spielman. Efficient erasure correcting codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):569–584, February 2001.
- [107] R.H. Morelos-Zaragoza, M.P.C. Fossorier, S. Lin, and H. Imai. Multilevel coded modulation for unequal error protection and multistage decoding - part I: Symmetric constellations. *IEEE Transactions on Communications*, 48(2):204–213, February 2000.
- [108] R.H. Morelos-Zaragoza, M. Isaka, M.P.C. Fossorier, S. Lin, and H. Imai. Multilevel coded modulation for unequal error protection and multistage decoding - part II:

- Asymmetric constellations. *IEEE Transactions on Communications*, 48(5):774–786, May 2000.
- [109] R.K. Morrow and J.S. Lehnert. Bit-to-bit error dependence in slotted DS/SSMA packet systems with random signature sequences. *IEEE Transactions On Communications*, 37(10):1052–1061, October 1989.
- [110] A.H. Murat and T.E. Fudad. Joint source and channel decoding of variable length encoded source. In *IEEE Information Theory Workshop*, pages 94–95, June 1998.
- [111] K.R. Naranayan, D.N. Doan, and R.V. Tamma. Design and analysis of LDPC codes for turbo-equalization with optimal and sub-optimal soft output equalizers. In *40th Annual Allerton Conference on Communications, Control and Computing*, IL, USA, October 2002.
- [112] H. Nguyen and P. Duhamel. Iterative joint-channel decoding of variable length encoded video sequences exploiting source semantics. In *IEEE International Conference on Image Processing*, Syngapore, October 2004.
- [113] H. Nguyen and P. Duhamel. Robust source decoding of VLC encoded video data taking into account source semantics. *IEEE Transactions on Communications*, submitted 2003.
- [114] D. Nicholson, C. Lamy-Bergot, X. Naturel, and C. Poulliat. JPEG2000 backward compatible error protection with Reed Solomon codes. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 49(4):855–861, November 2003.
- [115] P. Oswald and M.A.Shokrollahi. Capacity-achieving sequences for the erasure channel. *IEEE Transactions on Informaton Theory*, 48(12):3017–3028, December 2002.
- [116] T. Ottosson and A. Svensson. Multi-rate performances in DS/CDMA systems. Technical report, Chalmers University Of Technology-Dpt of Information Theory, Göteborg, Sweden, March 1995.
- [117] T. Ottosson and A. Svensson. On schemes for multi-rate support in DS-CDMA systems. In MA Norwell, editor, *Wireless Personnal Communications*, pages 265–287. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [118] A. Papoulis. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill, 2nd edition edition, 1984.
- [119] M. Park and D.J. Miller. Joint source and channel decoding for variable length encoded data by exact and approximate MAP sequence estimation. *IEEE Transactions on Communications*, 48, January 2000.
- [120] Z. Peng, Y.F. Huang, and D.J. Costello Jr. Turbo codes for image transmission - a joint channel and source decoding approach. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 18(6):868–879, June 2000.
- [121] L. Perros-Meilhac and C. Lamy. Huffman tree based metric derivation for a low complexity sequential soft VLC decoding. In *IEEE International Conference on Communications*, volume 2, pages 783–787, New-York, USA, May 2002.
- [122] M. Planells-Rodriguez, D. Roviras, M.L. Bouvheret, A. Duverdier, and G. Mesnager. Modeling the burst error statistics of Viterbi decoding for punctured codes. In *Proc. IEEE ICASSP*, pages 2169–2172, Orlando, Florida, May 2002.

-
- [123] C. Poulliat. Codage canal hiérarchique adapté à la norme de compression JPEG2000. Rapport de D.E.A., Université de Cergy-Pontoise, Septembre 2001.
 - [124] C. Poulliat, D. Declercq, and I. Fijalkow. Optimization of LDPC codes for UEP channels. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, June 2004.
 - [125] C. Poulliat, D. Declercq, and I. Fijalkow. Optimization of LDPC codes for UEP channels and application to scalable image transmission. *IEEE Transactions on Communications*, Submitted June 2004.
 - [126] C. Poulliat, D. Declercq, C. Lamy-Bergot, and I. Fijalkow. Analysis and optimization of irregular LDPC codes for joint source-channel decoding. *IEEE Communication Letters*, Submitted August 2004.
 - [127] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Adaptation de lien pour la transmission de données multimedia par paquets. In *Proc. GRETSI*, Paris, France, Septembre 2003.
 - [128] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. A new link adaptation strategy for multimedia packet transmission. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, Orlando, Florida, October 2003.
 - [129] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Average performance analysis of a link adaptation based on the maximization of the minimum rate. In *IEEE International Conference on Communications*, Paris, France, June 2004.
 - [130] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Link adaptation for framed multimedia data transmission over a DS-CDMA communication system. *EURASIP Journal of Applied Signal Processing*, accepté pour publication 2004.
 - [131] C. Poulliat, I. Fijalkow, and D. Declercq. Scalable image transmission using UEP optimized LDPC codes. In *2nd Int. Symp. on Image/Video Communications over fixed and mobile networks*, Brest, France, July 2004.
 - [132] C. Poulliat, D. Nicholson, and P. Vila. Sensibilité de JPEG2000 aux erreurs. In *Conférence française sur COmpression et REprésentation des Signaux Audiovisuels (CORESA)*, Dijon, France, Novembre 2001.
 - [133] J. G. Proakis. *Digital communications*. Electrical Engineering Series. McGraw-Hill International Editions, third edition, 1995.
 - [134] L. Pu, Z. Wu, A. Bilgin, M.W. Marcellin, and B. Vasic. Iterative joint source/channel decoding for JPEG2000. In *Annual Allerton Conference on Communications, Control and Computing*, pages 1961–1965, 2003.
 - [135] M.B. Pursley. Performance evaluation for phase-coded spread-spectrum multiple-access communication-part I: System analysis. *IEEE Transactions On Communications*, COM-25(8):795–799, August 1977.
 - [136] N. Rahnavard and F. Fekri. Unequal error protection using low-density parity-check codes. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, page 449, Chicago, IL, USA, June 2004.
 - [137] N. Rahnavard and F. Fekri. Unequal error protection using low-density parity-check codes. *submitted IEEE Transactions on Information Theory*, 2004.

- [138] T.J. Richardson, M.A. Shokrollahi, and R.L. Urbanke. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):619–637, February 2001.
- [139] T.J. Richardson and R.L. Urbanke. The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):599–618, February 2001.
- [140] R.M.Tanner. A recursive approach to low complexity codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 27:533–547, September 1981.
- [141] A. Roumy. *Egalisation et décodage conjoints : méthodes turbo*. Thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise, Octobre 2000.
- [142] A. Roumy and D. Declercq. Low complexity code design for the 2-user gaussian multiple access channel. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, June 2004.
- [143] A. Roumy, S. Guemghar, G. Caire, and S. Verdú. Design methods for irregular repeat-accumulate codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(8):1711–1727, August 2004.
- [144] M. Rupf and J.L. Massey. Optimum sequence multisets for synchronous code-division multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 40(4):1261–1266, July 1994.
- [145] J. Sanchez and M. Thioune. *UMTS: Services, Architecture et WCDMA*. Hermès-Lavoisier, 2001.
- [146] K. Sayood and J.C. Borkenhagen. Use of residual redundancy in the design of joint source/channel decoding. *IEEE Transactions on Communications*, 39(6):838–846, September 1991.
- [147] D. Severina and R. Lo Cigno. CDMA radio network planning: A comparison of different interference evaluation methods. Technical Report DIT-03-079, University of Trento - Dpt Of Information and Communication Technology, November 2003.
- [148] C.E. Shannon. *A Mathematical Theory of Communication*, volume 27. Bell System Tech. Journal, 1948.
- [149] H. Song, R.M. Todd, and J.R. Cruz. Low-density parity-check codes for magnetic recording channels. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(5):2183–2186, September 2000.
- [150] V. Stanković, R. Hamzaoui, and D. Saupe. Fast algorithm for rate-based optimal error protection of embedded codes. *IEEE Transactions on Communications*, 51(11):1788–1795, November 2003.
- [151] M.O. Sunay and P.J. McLane. Calculating error probabilities for DS-CDMA systems: When not to use the gaussian approximation. In *IEEE Global Telecommunication Conference*, volume 3, pages 1744–1749, 1996.
- [152] Y. Takishima, M. Wada, and H. Murakami. Reversible variable length codes. *IEEE Transactions on Communications*, 43(2/3/4):838–846, February/March/April 1995.
- [153] M. Tüchler and J. Hagenauer. Exit charts of irregular codes. In *Conference on Information Sciences and Systems*, page 154, Princeton University, NY, USA, March 2002.

-
- [154] M. Tüchler, R. Koetter, and A. C. Singer. Turbo equalization: Principles and new results. *IEEE Transactions on Communications*, 50(5):754–767, May 2002.
- [155] M. Tüchler, S. ten Brink, and J. Hagenauer. Measures for tracking convergence of iterative decoding algorithms. In *4th International ITG Conference on Source and Channel Coding*, Berlin, Germany, January 2002.
- [156] S. ten Brink. Design of serially concatenated codes based on iterative decoding convergence. In *2nd International Symposium on Turbo Codes*, Brest, France, September 2000.
- [157] S. ten Brink. Designing iterative decoding schemes with the extrinsic information transfer chart. *AEÜ International Journal of Electronics and Communications, Special Issue on Source and Channel coding*, 54(6):389–398, December 2000.
- [158] S. ten Brink. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes. *IEEE Transactions on Communications*, 49(10):1727–1737, October 2001.
- [159] S. ten Brink. Convergence of multi-dimensional iterative decoding schemes. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 270–274, 2001.
- [160] S. ten Brink. Code characteristic matching for iterative decoding of serially concatenated codes. In *Turbo codes - Error correction codes of widening applications*, Innovation technology Series, chapter 3, pages 32–58. Hermes Penton Science, 2002.
- [161] S. ten Brink, G. Kramer, and A. Ashikhmin. Design of low density parity-check codes for modulations and detection. *IEEE Transactions on Communications*, à paraître en 2004.
- [162] R. Thobaben and J. Kliewer. On iterative source and channel decoding for variable-length encoded Markov sources using a bit-level trellis. In *IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pages 83–91, Rome, Italy, June 2003.
- [163] T. Tian, C. Jones, and J. D. Villasenor. Rate-compatible low-density parity-check codes. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, Chicago, IL, USA, June 2004.
- [164] D.N.C. Tse and S.V. Handy. Multiaccess fading channels-part I: Polymatroid structure, optimal resource allocation and throughput capacities. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(7):2796–2815, November 1998.
- [165] D.N.C. Tse and S.V. Handy. Linear multiuser receivers: Effective interference, effective bandwidth and user capacity. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(2):2816–2831, March 1999.
- [166] G.L. Turin. The effects of multipath and fading on the performance of direct-sequence CDMA systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2(4):597–603, July 1984.
- [167] N. Varnica and A. Kavcic. Optimized low-density parity-check codes for partial response channel. *IEEE Communication Letters*, 7(4):168–170, April 2003.
- [168] S. Verdu. Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels. *IEEE Transactions On Information Theory*, IT-32(9):85–96, January 1986.

- [169] S. Verdu. Optimum multiuser asymptotic efficiency. *IEEE Transactions On Communications*, COM-34(9):890–897, September 1986.
- [170] S. Verdu and S. Shamai. Spectral efficiency of CDMA with random spreading. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(2):622–640, March 1999.
- [171] S. Vishwanath, S.A. Jafar, and A. Goldsmith. Optimum power and rate allocation strategies for multiple access fading channels. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 2888–2892, Rhodes island, Greece, May 2001.
- [172] P. Viswanath and V. Anantharam. Optimal sequences and sum capacity of synchronous CDMA systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(5):1984–1991, September 1999.
- [173] A.J. Viterbi. *CDMA: Principle of Spread Spectrum Communication*. Addison-Wesley Wireless Communications Series. Addison-Wesley, 1995.
- [174] A.J. Viterbi and J.K. Omura. *Principles of Digital Communication and Coding*. McGraw-Hill, 1979.
- [175] U. Wachsmann, R.F.H. Fischer, and J.B. Huber. Multilevel codes: Theoretical concepts and practical design rules. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45:1361–1391, July 1999.
- [176] L.F. Wei. Coded modulation with unequal error protection. *IEEE Transactions on Communications*, 41(4):1439–1449, October 1993.
- [177] N. Wiberg. *Codes and decoding on General graphs*. Dissertation nr 440, Dept. Of Electrical Engineering, Linköping, Sweden, October 1996.
- [178] W. Xiang, S.S. Pietrobon, and S.A. Barbulescu. Iterative decoding of JPEG coded images with channel coding. In *10th Int. Conf. on Telecommunications (ICT)*, pages 1356–1360, Papeete, Tahiti, February 2003.
- [179] W. Xiang, S.S. Pietrobon, and S.A. Barbulescu. Iterative source-channel decoding for robust image transmission. In *4th Australian Communication Theory Workshop*, pages 1356–1360, Papeete, Tahiti, February 2003.
- [180] W. Xiang, S.S. Pietrobon, and S.A. Barbulescu. Joint source-channel decoding of JPEG images using error resilient source codes. In *IEEE International Symposium on Information Theory*, page 475, Yokohama, Japan, June 2003.
- [181] X. Yang and D. Yuan. New research on unequal error protection (UEP) property of irregular LDPC codes. In *IEEE Consumer Communications and Networking Conference*, pages 361–363, January 2004.
- [182] M. Yazdani and A.H. Banihashemi. On construction of rate-compatible low-density parity-check codes. In *IEEE International Conference on Communications*, Paris, France, June 2004.
- [183] L. Yin, J. Lu, and Y. Wu. LDPC-based joint source-channel coding scheme for multimedia communications. In *IEEE International Conference on Communication Systems (ICCS)*, pages 337–341, Papeete, Tahiti, November 2002.

Allocation et optimisation de ressources pour la transmission de données multimédia

Ce document est consacré à l'allocation et l'optimisation des ressources d'une chaîne de communication pour des transmissions multimédia. Trois aspects de la chaîne de transmission ont été étudiés : l'allocation des puissances et des rendements pour un système multi-utilisateurs sous contrainte de performances cibles en réception, l'optimisation des propriétés de protection inégale contre les erreurs (UEP) des codes LDPC et l'analyse et l'optimisation d'un récepteur source-canal conjoint à l'aide de codes LDPC.

Dans le cadre de l'optimisation des ressources pour un système DS-CDMA, nous avons proposé une alternative à la stratégie classique de maximisation du rendement total, qui maximise le rendement minimum pour tous les utilisateurs. Nous avons décrit la solution optimale, puis l'étude des performances analytiques, ainsi que l'étude de la quantification de la solution optimale sur les performances du système ont été étudiées.

Ensuite, après avoir paramétré les codes LDPC pour des applications UEP, nous avons proposé une méthode originale d'optimisation hiérarchique basée sur la maximisation du degré moyen alloué à chaque classe. Nous avons ainsi montré qu'il était possible de construire des codes qui convergent localement plus vite que le code optimisé pour un canal standard donné. L'intérêt pratique a été ensuite analysé en considérant la transmission progressive d'images.

Enfin, dans le cadre d'une approximation gaussienne, nous avons montré qu'il était possible de caractériser complètement de manière semi-analytique la convergence d'un récepteur source-canal conjoint utilisant un code LDPC. Nous avons montré que la stabilité du système est liée aux caractéristiques du canal et de la fonction de transfert du décodeur source (obtenue à l'aide d'EXIT charts simulées) uniquement. De cette caractérisation du système, nous avons déduit une méthode d'optimisation des codes LDPC pour le décodage source-canal conjoint basée sur un critère de minimisation du seuil de convergence.

Resource allocation and optimisation for wireless multimedia transmission

In this thesis, we address the problem of resource allocation and optimisation for wireless multimedia transmission. We are interested in three particular points in the transmission scheme: rate and power allocation for a multi-users transmission system with required performance at the receiver, optimisation of Unequal Error Protection (UEP) properties of LDPC codes and analysis and optimisation of a joint source-channel receiver involving LDPC codes.

First, in the context of DS-CDMA multi-users systems, we propose a new link adaptation strategy based on the minimum user rate maximization, an alternative way to the common strategy of total throughput maximization. After deriving the optimale solution, we study the asymptotic performance of the proposed scheme when both optimal and quantized solutions are considered. Then, using a suitable code parametrization for UEP analysis, we propose a new hierarchical optimisation method of LDPC codes for UEP transmission schemes based on the maximization of the average data node degré of a given sensitivity class. We show that we can find LDPC codes that converge "locally" faster than a code optimised. We apply the designed codes to UEP progressive image transmission.

Finally, under Gaussian assumption, we give the semi-analytical characterization of a joint source-channel decoder composed of a LDPC code and a SISO source decoder. Particularly, we show that the stability condition of the joint receiver is related to the channel parameters and the EXIT chart function of the source decoder. From this description, we deduce an optimisation method for a joint source-channel receiver using LDPC codes based on the minimisation of the decoding threshold.